AIEM

AVANCES DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
Revista de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática

ISSN-e 2254-4313 | (2026) 30, 99-117 | aiem.es

seiem.es

Actividades Investigativas con Números Irracionales en Clases con Principios del Lesson Study

Research Activities With Irrational Numbers in Classes With Principles of Lesson Study

Alfonso Jiménez Espinosa @, Leidy Johana Limas Berrio @,
Yudy Alexandra Molina Hurtado @

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia

Resumen ∞ La investigación tiene como objetivo identificar los aportes del estudio de clase (EC) respecto a la conceptualización de los números irracionales con estudiantes de grado octavo con edades comprendidas entre 13 y 15 años; actividad desarrollada en un grupo de Semillero, espacio académico extracurricular en el cual se realizan actividades investigativas en la formación inicial y permanente de profesores de matemáticas. La metodología asume un enfoque interpretativo, a partir del análisis de experiencias y significados construidos por los participantes. Los resultados muestran que el EC promueve la reflexión colectiva sobre la planeación de clase, la negociación y apoyo en el diseño de tareas investigativas que generan espacios de aprendizaje colaborativos, a partir de la argumentación y resolución de problemas. Las tareas investigativas, al ser abiertas, no directivas y retadoras, cambian la dinámica de la clase de matemáticas favoreciendo el aprendizaje de conceptos abstractos, como el caso de los números irracionales.

Palabras clave ∞ Actividades investigativas; Enseñanza de la matemática; Estudio de clase; Formación de profesores; Número irracional.

Abstract ∞ The research focuses on identifying the contributions of Lesson Study (LS) to the conceptualization of irrational numbers among eighth-grade students aged between 13 and 15 years. The activity is carried out within a Semillero group, an extracurricular academic space in which research activities are conducted as part of the initial and ongoing training of mathematics teachers. The methodology adopts an interpretative approach, based on the analysis of experiences and meanings constructed by the participants. The results show that LS promotes collective reflection on lesson planning as well as negotiation and support in the design of investigative tasks that generate collaborative learning environments through argumentation and problem solving. These investigative tasks, being open-ended, non-directive, and challenging, change the dynamics of the mathematics classroom, fostering the learning of abstract concepts such as irrational numbers.

Keywords ∞ Class study; Irrational number; Mathematics teaching; Research activities; Teacher training.

Jiménez Espinosa, A., Limas Berrio, L. J. y Molina Hurtado, Y. A. (2026). Actividades investigativas con números irracionales en clases con principios del lesson study. *AIEM-Avances de Investigación en Educación Matemática, 30,* 99-117. https://doi.org/10.35763/aiem30.7928

CC BY
© de la autoría

1. Introducción

La investigación sobre formación continua de profesores centrada en el desarrollo profesional muestra que el *lesson study* (estudio de clase [EC]) genera oportunidades de formación a través de la reflexión sobre lo que se hace en clase (Elliot, 2015; Hummes et al., 2020; Jiménez, 2002). Esta metodología busca cambios en las prácticas pedagógicas de los profesores, con el fin de profundizar en conocimientos matemáticos y propiciar mejores aprendizajes en sus estudiantes (Salas-Solano, y Valverde-Soto, 2025).

En Colombia, tímidamente se empieza a explorar la investigación en este campo, convirtiéndose en un desafío para hacer que este tipo de formación llegue a los profesores para transformar las rutinas de clase, caracterizadas por concepciones de una matemática estática y acabada (Jiménez et al., 2022); o, como dice Ernest (1991), amparadas en el absolutismo de la matemática, donde se introducen los conceptos y definiciones a priori.

Para la enseñanza de los números irracionales, se parte de observaciones superficiales de las características de este conjunto numérico respecto a la periodicidad de números decimales, la mayoría de las veces de forma apresurada y errónea (Reina y Wilhelmi, 2021), lo que conlleva a una comprensión limitada por parte de los estudiantes, dado que su naturaleza abstracta dificulta la conexión con experiencias concretas o cotidianas.

Al respecto, Cavalcanti (2004) manifiesta que esas situaciones se deben a la diferencia entre el rigor matemático que conviene a los científicos de la disciplina y aquella transposición didáctica que se considera pertinente en la presentación del contenido, de manera que sea comprensible. A su vez, Tall (1992) alude que una buena definición en matemáticas se expresa en un lenguaje especializado y riguroso, que se aplica a todos los objetos, y solo a ellos; sin embargo, al salón de clase se debe llevar algo que pueda ser entendido por los estudiantes.

Bajo esta perspectiva, resulta pertinente reflexionar acerca de ¿cómo la metodología EC, enfocada a la enseñanza y aprendizaje de los números irracionales en estudiantes de grado octavo de Educación Básica, a través de tareas investigativas, mejora la aprehensión de este conjunto numérico?

2. Marco teórico

2.1. Significado y comprensión de los números irracionales

La definición de número irracional presentada en los textos de educación básica y media es: "un número decimal infinito y no periódico", pero ¿será fácil para los estudiantes entender lo que significa "número decimal infinito y no periódico"? Se evidencia que esta es una definición compleja y, ejemplo de ello, se ve en la universidad, cuando los estudiantes de licenciatura en matemáticas de primeros semestres aún no han comprendido su significado (Reina y Wilhelmi, 2021).

Los Estándares Básicos de Competencia —EBC— del Ministerio de Educación Nacional (2006) en Colombia, respecto a la enseñanza de los números irracionales

manifiestan que: "Las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos" (p. 49); sin embargo, para los profesores esto puede quedarse en recomendaciones en un lenguaje inalcanzable en la práctica, pues pocos sabrían cómo traducirlo en este tipo de actividades.

Históricamente, la identificación y definición de los números reales implicó la aritmetización de procesos infinitos y el reconocimiento de la inconmensurabilidad del cateto de un triángulo rectángulo isósceles de lado la unidad, así como las representaciones numéricas utilizando decimales infinitos periódicos y no periódicos.

Los EBC fijan que al terminar el grado once (último año de la educación media), en cuanto al pensamiento numérico, el alumno debe analizar "representaciones decimales de los números reales para diferenciar entre racionales e irracionales [...] y reconocer la densidad e incompletitud de los números racionales a través de métodos numéricos, geométricos y algebraicos" (p. 88); pese a ello, el desarrollo del contenido de los números racionales e irracionales corresponde al grado séptimo, y en grado once los números reales ya se consideran como un cuerpo cierto y constituido. De esta presentación de los EBC se percibe vacíos e inconsistencias que el profesor de esos niveles difícilmente podría sortear.

Lourido (2020) señala que los números irracionales no son comprendidos por los estudiantes, incluso en los universitarios se evidencia la complejidad asociada con las características de las expresiones decimales que los representan. Considerando que el concepto de irracional aparece bastante tarde en la historia de las matemáticas, podría afirmarse que presenta un obstáculo epistemológico (D'Amore, 2012) que genera dificultad en su aprendizaje.

2.2. Actividades investigativas en el aula

En la búsqueda de alternativas para el trabajo con los números irracionales, se establece una nueva dinámica de la clase de matemáticas a través de actividades investigativas, que ofrecen un contexto fructífero, favorecen la negociación de significados, siendo esta una propuesta diferente a la acostumbrada (Limas y Jiménez, 2017). Desde las vivencias de clases y de un grupo de profesores en un semillero de investigación, se reconoce la importancia de brindar actividades abiertas y desafiantes, que permitan a los estudiantes indagar, sacar conclusiones, validar sus conjeturas y respuestas (Assis, 2012).

Ponte (2010) señala que las actividades investigativas son tareas abiertas que requieren la participación activa y la disposición de los estudiantes para la resolución y argumentación de las mismas; al respecto, Melo (2020) indica que este tipo de actividades buscan la exploración preliminar y la formulación de preguntas y conjeturas, la realización de pruebas y reformulación, demostración y evaluación del trabajo realizado.

Maulana et al. (2023) señalan que, en el aprendizaje de las matemáticas, las actividades de clase deben generar interés por aprender y potenciar habilidades en los estudiantes con situaciones que les permitan realizar conjeturas y luego probarlas. Precisamente, dentro de las características de las actividades investigativas, se encuentran la creación de ambientes dinámicos y favorables, la prueba de conjeturas, el análisis de información y la construcción de explicaciones de acuerdo con la evidencia, lo que favorece el desarrollo del pensamiento matemático.

Pereira et al. (2018) y Ferraz y Sasseron (2017) sostienen que el papel del estudiante y del profesor es fundamental para cambiar la dinámica acostumbrada en otros enfoques. El estudiante debe asumir una actitud crítica para debatir con sus pares. Por su parte, el profesor adopta el rol de orientador, con la responsabilidad de propiciar la argumentación, la interacción constante, el aprendizaje autónomo y colaborativo, la formulación, discusión y la validación de conjeturas. Gómez et al. (2019) señalan que es necesario que el docente salga del esquema de educación repetitiva y memorística, donde el estudiante responde generalmente a situaciones particulares de la clase que no se relacionan con su entorno sociocultural y familiar, y tampoco lo motivan ni lo involucran (Jiménez et al., 2022).

2.3. *Lesson study* en Educación Matemática

El *lesson study* (LS) se concibe como una metodología de trabajo docente centrada en la investigación en el aula (Baldin, 2009; Murata, 2011), orientada a comprender cómo los estudiantes apropian el conocimiento, y cómo la práctica de enseñanza incide en su proceso de aprendizaje (Lee y Tan, 2020).

Ponte (2022) lo concibe como un proceso formativo que sucede en un contexto colaborativo, donde los profesores realizan investigaciones sobre su práctica pedagógica. Se trata de una actividad que se desarrolla en cuatro momentos: (a) definición de un objeto de aprendizaje que generalmente presenta dificultades a los estudiantes, (b) planeamiento de una o más clases, (c) observación de esas clases, (d) reflexión posterior a la clase, y (e) evaluación de todo el proceso. Como resultado de la ejecución de estas actividades, se generan espacios de reflexión sobre la praxis docente (Schön, 1992), lo que contribuye al desarrollo profesional del profesor de matemáticas.

En el contexto de la Educación Matemática, el EC adquiere un papel relevante, orientado a la exploración guiada, el razonamiento lógico y la resolución de problemas, al mismo tiempo que promueve en el estudiante la capacidad de conjeturar, formular hipótesis, probar soluciones y justificar sus resultados, favoreciendo el pensamiento crítico, la argumentación, la creatividad y la autonomía en el proceso de aprendizaje, práctica que conlleva a revisar la planificación y enriquecer el trabajo de aula.

El trabajo colaborativo propio del EC favorece la idoneidad epistémica y cognitiva al promover la construcción del significado de los números irracionales a través de tareas investigativas que consideran las dificultades conceptuales de los estudiantes. Asimismo, la observación y reflexión colectiva sobre la clase posibilitan el análisis interaccional y mediacional, al poner en evidencia los procesos de

argumentación, negociación de significados y el uso de diversas representaciones (Breda et al., 2021).

Investigaciones previas que han integrado la metodología del EC la perciben como un enfoque caracterizado por su amplitud y flexibilidad, lo que implica un nivel limitado de explicitación teórica (Elliot, 2015). Diferentes estudios han optado por articular esta metodología con constructos teóricos específicos, con el propósito de orientar el análisis de los procesos de enseñanza y aprendizaje. En esta línea, Font et al. (2023) sistematizan estudios que integran el EC con los criterios de idoneidad didáctica propuestos por Breda et al. (2018). En este estudio, la metodología del EC se articula con el enfoque de aulas investigativas, aportando al diseño, implementación y análisis de las prácticas educativas.

3. Metodología

La investigación asume el enfoque cualitativo e interpretativo, el cual estudia a los seres humanos en su contexto natural, buscando una intervención sobre la realidad (Corbetta, 2010). El estudio fue desarrollado por un profesor formador de profesores (P_1)[1] y por la profesora estudiante de la maestría (P_2) que desarrolló la actividad investigativa con estudiantes de grado octavo con edades entre 13 y 15 años, en cuatro sesiones de clase, en una institución educativa. Los dos investigadores pertenecen a un grupo de estudio denominado Grupo Semillero de Investigación, espacio donde se elaboró el plan de clase, se analizaron y discutieron las actividades desarrolladas por P_2.

El Grupo Semillero es un colectivo al que asisten de manera voluntaria cinco profesores formadores de profesores, cuatro profesores de educación básica, una de ellas P_2, un doctorando, y doce estudiantes de licenciatura en formación inicial de profesores (ELn).

El material empírico tuvo cuatro fuentes: (a) notas de campo de los investigadores P_1 y P_2, donde se registraron aspectos relacionados con el ambiente de trabajo, reacciones de los participantes y percepción de los investigadores sobre el trabajo de campo; (b) tareas desarrolladas por los estudiantes en clase; (c) grabaciones en audio del desarrollo de las clases; y d) grabaciones en audio de las sesiones de discusión y análisis en el Semillero.

La investigación siguió las cuatro fases contempladas en el EC: planificación en el Grupo Semillero, realización y observación de las clases desarrolladas en grado octavo, reflexión conjunta sobre la escucha de las grabaciones de clase y rediseño de la clase en el Grupo Semillero. La planificación se inició con la búsqueda y el análisis en el Grupo Semillero de una tarea investigativa relacionada con los números irracionales, siguiendo la propuesta de Oliveira y Fiorentini (2009); allí se

[1] Cuando se refiere a un profesor formador se usará P_n, a un estudiante en formación para profesor perteneciente al Grupo Semillero EL_n, y a un estudiante de octavo grado se usará E_n. Es de destacar que, siguiendo la ética de la investigación, se siguió el protocolo del consentimiento informado y la preservación de su identidad al relacionar su intervención.

desarrolló la actividad investigativa y se hicieron recomendaciones a P_2, quien realizaría las clases con el grupo de estudiantes de grado octavo.

La sistematización se realizó en dos momentos: (a) *Inmersión inicial,* centrada en la reflexión, lo que permitió identificar lo que es importante y lo que no —por ejemplo, la argumentación desde la propia matemática y las habituales relativas al contrato didáctico—; y (b) *Inmersión profunda* desde el proceso reflexivo continuo, se intentó dar respuesta a ¿qué me dice esto?, ¿qué significa?, ¿por qué ocurre? Este proceso condujo a determinar las categorías de análisis a partir del registro de las contribuciones y actividades desarrolladas por los estudiantes, transcripciones de clase y discusiones docentes, en torno a la tarea exploratoria diseñada. Finalmente, a través de agrupación y depuración de la información, se establecieron tres categorías: reflexiones y observaciones en el Grupo Semillero sobre el desarrollo de la actividad matemática investigativa, ajustes y correcciones al plan de clase, y producción y argumentación matemática de los estudiantes de grado octavo. El análisis de la información se realizó a partir de la teoría fundamentada, a través de la identificación de patrones y relaciones entre las categorías establecidas, mediante su comparación constante (Glaser y Strauss, 1967).

4. Resultados

Los resultados de la investigación se analizaron en dos instancias: (a) en el Grupo Semillero, sobre el desarrollo de la tarea investigativa con estudiantes de grado octavo adelantado por P_2, siguiendo la metodología EC; y (b) la realizada por el profesor formador e investigador P_1, junto a P_2.

4.1. En el Grupo Semillero

La actividad investigativa se desarrolla en el Grupo Semillero, bajo la orientación de P_1, quien inició la primera fase, enfatizando el trabajo colaborativo y las pautas para su desarrollo según los criterios del EC. Pidió formar grupos de tres integrantes; uno de ellos tomó anotaciones de las soluciones y discusiones, para luego ser el relator al socializar ante el Grupo Semillero.

En la segunda fase, de trabajo libre, cada grupo intentó comprender la actividad, explorar posibles relaciones, identificar regularidades y formular conjeturas; en la tercera fase se establecerían justificaciones y argumentos para validar sus apreciaciones; y en la cuarta fase se socializarían los hallazgos de cada pequeño grupo, las justificaciones, discusiones y negociación de significados ante todo el grupo, donde debían validarse o refutarse las conjeturas.

La actividad pide que elijan un número entero mayor que uno y que lo consideren como el área de un cuadrado, la tarea consistía en encontrar el valor del lado del cuadrado. El trabajo inicia en la etapa libre en grupos y, después de algunos cálculos, un estudiante de licenciatura de un grupo, que había elegido el número 5, llama a P_1 y le dice que tiene la respuesta "ya está $\sqrt{5} = 2{,}2360679774997$". P_1 recuerda que por ahora no usen la calculadora. A pesar de que los integrantes del Grupo Semillero son profesores de matemáticas o estudiantes en formación, hay un desconcierto por el no uso de calculadora, lo cual los lleva a hacer cálculos

manuales por ensayo y error, hasta comenzar a hacer acercamientos al valor pedido (Diario de campo de P_1).

En cada pequeño grupo hacen cálculos con el número que eligieron y van construyendo una tabla con los valores del lado y del área; pero pronto perciben que el cálculo por aproximación resulta complejo, a pesar de que cada vez se van acercando más al valor del lado de su cuadrado. P_1, al ser llamado a diversos grupos, decide socializar lo que ha observado.

> P_1: Entonces, ¿encontraron el valor del lado de su cuadrado?
>
> P_4: No, solo encontramos aproximaciones.
>
> EL_3: Pero por qué no usar la calculadora y así ya obtenemos ese valor. Porque en nuestro caso que escogimos un cuadrado con área 5, ya habíamos hallado el lado: $\sqrt{5} = 2{,}2360679774997$.
>
> P_1: Si es así, comprueben su respuesta.
>
> EL_3: (eleva al cuadrado el valor de la raíz). Profe, pero da 4,99999999999971 y no 5.
>
> P_1: Y entonces ¿qué pasó ahí? (P_1 decide ya integrar a todos en plenaria) (Grabación de audio).

En este momento, la actividad en pequeños grupos se vuelve colectiva a todo el Grupo Semillero, ensayan con otras calculadoras de teléfonos, calculan la $\sqrt{5}$, elevan ésta al cuadrado y encuentran resultados similares. Se observa aquí, como expresa Ponte (2022), que este tipo de trabajo moviliza la conjeturación propia de las matemáticas, el análisis y la reflexión colectiva sobre el asunto tratado.

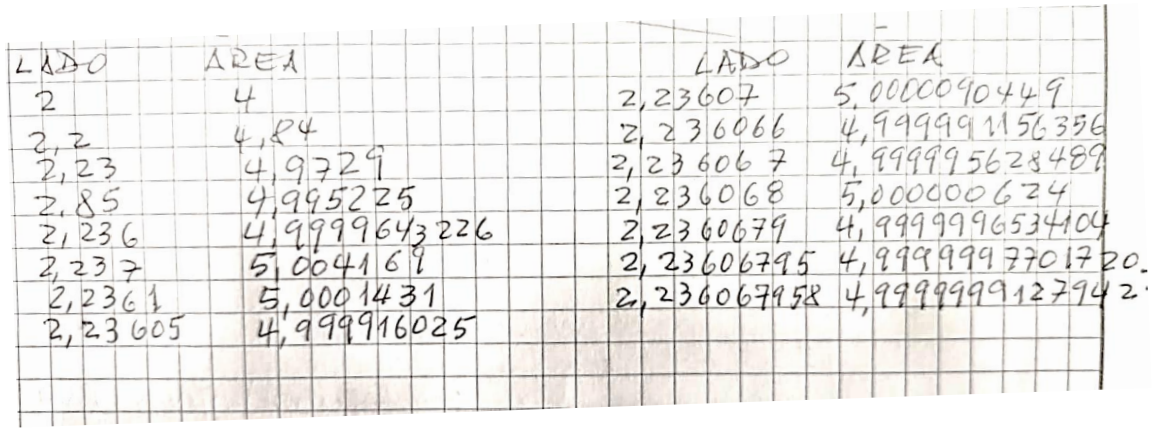
> EL_5: Pero en cada calculadora da un valor diferente.
>
> P_1: ¿Y a qué se debe esa diferencia en los resultados?
>
> P_3: Pues es la capacidad de las calculadoras…

Utilizan calculadoras más precisas, hacen cálculos, y con ninguna obtienen 5 al elevar el valor del lado encontrado. Deciden retomar los cálculos por aproximación. Toda esta discusión surge al planear en el Grupo Semillero la actividad que desarrollaría P_2 en el grado octavo, lo que sirvió para que los profesores y estudiantes en formación recordaran aspectos relacionados con el concepto de número irracional, que percibieran la complejidad y le hicieran sugerencias; aspectos que, según Hummes et al. (2020), se perciben como positivos con el planeamiento de la clase con el uso del EC, lo que da como resultado una actividad formativa para el grupo, que sucede en un contexto colaborativo de investigación, como lo indica Ponte (2022).

> EL_5: Uy profe, tiene que tener eso en cuenta, de lo contrario será complicado…
>
> P_1: eso es cierto, tome nota.
>
> EL_9: Pero seguro los estudiantes de grado octavo no saben lo de elevar al cuadrado…
>
> P_3: Eso nadie lo puede asegurar… de pronto los alumnos sorprenden.

P_1 pide que cada pequeño grupo continúe con sus cálculos, para encontrar el lado de su cuadrado. La Figura 1 muestra la tabla que fue elaborada en un grupo que eligió a 5 como área de su cuadrado.

Figura 1. Cálculos efectuados por el grupo 3 del Semillero



Continúa la cuarta fase de socialización de los hallazgos de cada pequeño grupo ante el Grupo Semillero.

> EL_8: (Este grupo vuelve a mostrar lo realizado con 5, como área de su cuadrado). Los cálculos empiezan a aproximarse al 5; pero nunca va a dar 5...
>
> P_1: (Interviene para destacar que observen que hay acercamientos por defecto y por exceso al valor buscado). ¿Esos acercamientos, matemáticamente les sugiere algo?
>
> EL_{11}: Pues tal vez sucesiones... pero no veo claro cuáles serían...
>
> P_4: Si tomamos 2,36: 2,37... pareciera que se forma una sucesión.
>
> EL_8: Ah en la otra columna se ve más claro: 2,236066; 2,236067; 2,236068...
>
> P_3: Pero ¡ojo! Porque con 2,236068 ya el área estaría sobre 5.
>
> P_1: Cierto, observen que esas aproximaciones, algunas están por debajo y otras por encima de 5. ¿se puede sacar alguna conclusión?
>
> P_2: Tocaría hacer más cálculos para ver las sucesiones...
>
> P_1: ¿Recuerdan los conceptos de sucesión, sucesión creciente, decreciente y convergente? Se visualiza en el tablero situaciones de sucesiones y al parecer los estudiantes en formación recordaron esos conceptos.
>
> P_1: Observen que el número buscado (para el lado del cuadrado de área 5) parece ser el punto de convergencia de las dos sucesiones... (Grabación de audio).

Una vez empiezan a aparecer las características de los números que representan el lado del cuadrado, como la infinitud y la no periodicidad, cuando el área del cuadrado no es cuadrado perfecto, los integrantes se pronuncian sobre la complejidad en la conceptualización del número irracional; y como futuros profesores comienzan a hacer observaciones y aportes para que P_2, que va a desarrollar la actividad investigativa con los alumnos de educación básica, las tenga en cuenta. Manifiestan que, en séptimo y octavo grado, la introducción de una definición de forma

directa seguramente va a generar dificultades de comprensión para esos alumnos (EL13).

4.2. Actividad con los estudiantes de educación básica

El desarrollo de la actividad investigativa se orientó a identificar formas para conceptualizar los números irracionales en un grado octavo y analizar la producción matemática que potencialmente pudieran reconocer sobre estos números, para luego ser socializados en el Grupo Semillero (donde había sido planeada); al igual que el análisis del desempeño de P_2, titular de ese curso e investigadora, siguiendo los principios del EC propuesto por Ponte (2022).

P_2 inicia su clase explicando la dinámica del trabajo, la conformación de los subgrupos y las funciones de los integrantes. Pide que cada grupo lleve anotaciones y soluciones encontradas para ser socializadas en una plenaria después a toda la clase; les recuerda que cualquier interpretación, afirmación o solución que se dé en este tipo de tarea deberá ser argumentada, de acuerdo con los lineamientos de las actividades investigativas en matemáticas.

Durante el desarrollo de la actividad, en la selección del número entero mayor o igual que dos, se presentaron dos casos: cuando los alumnos eligieron números cuadrados perfectos y números que no los eligieron. El grupo que eligió como área de su cuadrado 9, ante la sugerencia de P_2, escogió 13 como área del cuadrado, y rápidamente un estudiante da su respuesta.

E_{10}: Ya tengo la respuesta, profesora.

P_2: ¿sí? ¿Y cuál es?

E_{10}: $\sqrt{13} = 3{,}60$.

P_2: ¿Están seguros?

E_{10}: Sí profesora.

P_2: ¿y no tiene más cifras decimales?

E_{10}: Con dos cifras es suficiente.

P_2: No se apresuren, piénsenlo bien[2] (Grabación de audio).

En los diferentes grupos, se ven muy atareados haciendo cálculos, sin vislumbrarse una respuesta convincente. Al inicio de la segunda clase, P_2 pide que cada grupo siga haciendo sus cálculos sin usar calculadora. Luego, se desplaza por el salón y percibe que un grupo está haciendo cálculos errados y pide que le expliquen lo que están haciendo.

P_2: ¿Qué número eligieron ustedes?

E_5: Nosotros escogimos 7 y dividimos 7 entre 4.

P_2: Ustedes están confundiendo área con perímetro.

[2] Aquí quedó la duda de por qué los alumnos consideraron que con dos cifras decimales era suficiente, ya que P_2 no pidió una explicación.

Aquí la profesora necesitó recordar a la clase los dos conceptos e insistir en su diferencia. Con esta claridad, todos los grupos siguen haciendo cálculos para hallar el lado de su cuadrado, por ensayo y error. La profesora continúa observando al mismo grupo.

E_5: Profe, hay que elevar al cuadrado, ¿cierto?

P_2: Sí, así es.

E_5: Pero $1^2 = 1$; $2^2 = 4$; $3^2 = 9$. Con ninguno da 7.

E_4: Ya intentamos con varios números y con ninguno se puede.

P_2: (Hace la aclaración para la toda la clase). ¿Están seguros de que no se puede?, ¿y no han pensado que puede ser un número entre 2 y 3?

E_4: ¡Ah! ¿Pero, cómo así que entre 2 y 3? (La profesora les dice que ese número puede ser 2,5). Ah sí. Pero 2,5 x 2,5 = 6,25; tampoco sirve.

P_2: Sigan intentando.

E_5: Pero $2{,}6 \times 2{,}6 = 6{,}76$ y $2{,}7 \times 2{,}7 = 7{,}29$. Con ninguno da 7. Profe, eso está muy difícil, no se puede encontrar ese número.

P_2: Sí se puede encontrar.

El grupo que había trabajado con 13 como área de su cuadrado, vuelve a intervenir y llama a la profesora.

E_{10}: Profesora, $\sqrt{13} = 3{,}6055512754$" (lee la respuesta del teléfono celular).

P_2: (Ve la necesidad nuevamente aclarar la situación a toda la clase). A ver, volvamos a recordar cómo se calcula el área de un cuadrado. ¿lo recuerdan?

E_{10}: Sí, elevamos al cuadrado el valor encontrado para el lado, y nos da 12,9999999995

P_2: Pero no les dio 13. ¿qué ocurrió ahí?

E_{12}: Profesora, esa calculadora no sirve.

P_2: No lo sé, revisen.

En ese momento toda la clase se concentra en hacer cálculos con otras calculadoras, y se interesan en hallar la $\sqrt{13}$ y luego elevar ese resultado al cuadrado. Unos obtienen el mismo resultado que el grupo que destacó este hallazgo, o resultados similares, pero no 13. En los otros grupos los estudiantes hacen sus cálculos correspondientes, pero en todos hacen el mismo tipo de preguntas a la profesora.

La actividad ahora continúa en el Grupo Semillero, y atendiendo a la metodología del EC (Hummes et al., 2020; Ponte, 2022), se escucha la grabación de las dos sesiones de clase y se analiza el trabajo de P_2 con sus alumnos, y le hacen sugerencias. A continuación, parte del diálogo:

P_4: Profe, ha debido aclarar mejor, o ejemplificar por qué las diferencias en los resultados dados por diferentes calculadoras.

P_3: Debe socializar con todo el grupo la relación entre elevar al cuadrado y sacar la raíz cuadrada, como operaciones inversas, porque no se percibe que lo haya hecho.

EL_3: Insistir también en que los alumnos trabajen en grupo, haciendo cálculos de aproximación, antes de usar la calculadora.

P_3: Profe, también creo que se concentró mucho en los grupos que eligieron a 13 y a 7 como área de sus cuadrados. ¿Qué pasó con el trabajo en otros grupos?

P_1: Profe, efectivamente, en la grabación no se percibe lo que pasó con el trabajo en los otros grupos.

P_2: Ellos también trabajaron, pero yo grabé los momentos que me parecieron importantes.

P_1: También cortaste la clase sin responder a los alumnos sobre sus afirmaciones de que no hay más números (cuando los alumnos dijeron que ni con 2,6 ni con 2,7 servía), los alumnos quedaron con esa duda.

EL_2: Profe, pero ellos tenían razón...

P_1: ¿Cómo? ¡Explícanos eso!

EL_2: Pues...

P_4: Pero es que no estamos en naturales... un decimal corresponde a una fracción, a un racional...

EL_2: Ah verdad...

En este momento en el Grupo Semillero se pone de presente el orden y la densidad de los racionales, tema que no resulta sencillo, incluso para alumnos con formación en matemáticas, como se puso aquí en evidencia; lo cual suele ocurrir cuando se trabaja con actividades investigativas bajo el enfoque de Ponte (2010). Cuando el estudiante de licenciatura EL_2 afirma que los alumnos de octavo grado tenían razón que a 2,6 sigue 2,7; se percibe que posiblemente lo interpretado por este profesor en formación se deba a lo que se llama un obstáculo epistemológico, al pasar del orden de los naturales, al orden en los racionales (D'Amore, 2006). Aquí interviene P_1 para hacer claridad al respecto, hasta que los estudiantes en formación perciben detalladamente la situación.

P_2: Listo, ya llevo más claridad.

P_3: Profe, una sugerencia. Recuerde que ya los alumnos conocen el metro, sus múltiplos y submúltiplos, así que sería solo recordárselo, haciéndoles ver que un número decimal no solo tiene décimos, sino también centésimos, milésimos e infinitas cifras decimales; y para el caso del metro, decímetros, centímetros y milímetros (Grabación de audio).

Las intervenciones anteriores muestran los aportes que puede hacer el EC en la formación continua, a través de la reflexión en el grupo de profesores (Hummes et al. 2020). De nuevo la actividad se traslada al salón de clase con los alumnos del grado octavo. En la tercera clase, P_2 retoma la actividad y les pide que sigan con los cálculos; todos los grupos piden trabajar con el cuadrado de área 7. La profesora escribe esa tabla, mientras que los alumnos siguen efectuando más cálculos con el uso de la calculadora y observan que, a pesar de que los valores del área se acercan cada vez más a 7, no encuentran el valor esperado del lado y que al ser elevado al cuadrado dé exactamente 7.

En la construcción de la Tabla 1, a pesar de los cálculos ya realizados, nuevamente aparecen las diferencias en los resultados dados por las calculadoras.

Tabla 1. Cálculos efectuados para encontrar el lado del cuadrado de área 7

Lado del cuadrado	Área	Lado del cuadrado	Área
1	1	2,646	7,001316
2	4	2,6455	6,99867025
3	9	2,6458	7,00025764
2,5	6,25	2,6457	6,99972849
2,6	6,76	2,64575	6,9999930625
2,7	7,29	2,645755	7,0000195220025
2,65	7,0225	2,645753	7,000008937009
2,64	6,9696	2,645751	6,9999983544001
2,641	6,974881	2,6457515	7,00000099975522
2,645	6,996025	2,6457513	6,9999999414516

E_7: Profe, no todas las calculadoras dan lo mismo...

P_2: ¿y por qué creen que los resultados son diferentes?

P_2: Prueben con otras calculadoras.

P_2: (Atendiendo a las recomendaciones del Grupo Semillero, la profesora explica que lo que ocurre se debe a que no todas las calculadoras tienen la misma capacidad, a lo cual los alumnos parecen haber entendido). ¿Por qué debe elevarse al cuadrado el valor encontrado del lado para comprobar el área? (espera respuestas de sus alumnos, pero estas no aparecen, a pesar de que ya venían haciendo esos cálculos...).

P_2: Recuerden que el área de un cuadrado se calcula elevando el valor del lado al cuadrado.

E_7: Pero por qué si saco la raíz a ese valor, no me da el número...

P_2: ¿Qué cálculo hiciste?

E_7: $\sqrt{7} = 2{,}6457513110645$ y si elevo al cuadrado ese número me da 6,9999999999997 ...

P_2: Sacar raíz cuadrada y elevar al cuadrado son operaciones inversas. (La profesora muestra esta situación con varios cuadrados perfectos e intenta explicar en el caso general).

P_2: Si llamamos l el lado del cuadrado, entonces se tiene que $A = l \times l = l^2$; es decir que $\sqrt{A} = l$; es decir, la radicación es la operación inversa de la potenciación (Grabación de audio).

Usando una calculadora científica llevada por P_2, un estudiante comenzó a comprobar los resultados de la tabla construida en el grupo, tomando valores del área y calculando la raíz cuadrada, pero el valor encontrado no coincide con el valor del lado (grabación de audio).

A pesar de que parece que quedan ciertas dudas en los estudiantes, P_2 recuerda que toda fracción representa una división y les pide a los alumnos que tomen la calculadora y efectúen la operación que representa cada fracción que ella va dictando. Los alumnos efectúan las divisiones y la profesora va escribiendo algunos resultados en el tablero.

> P_2: $\frac{1}{4} = 0{,}25$; $\frac{1}{3} = 0{,}333333\ldots$; $\frac{4}{7} = 0{,}571428571428\ldots$ (La profesora pide a los alumnos que examinen lo que pasa en esos decimales).
>
> E_8: (Habla en nombre de uno de los grupos). Para $\frac{1}{4}$ sí hay resultado, para $\frac{1}{3}$ el resultado no acaba... lo mismo pasa con $\frac{4}{7}$, ¿por qué?
>
> P_2: No es que el resultado no acaba, es que siguen muchos 3, infinitos 3... En el caso $\frac{1}{4}$, lo que siguen son ceros, por tanto, no es necesario escribirlos...
>
> P_2: (Siguiendo la recomendación dada por una colega en el Grupo Semillero, les recuerda a sus alumnos aspectos relacionados con el metro, con sus múltiplos y submúltiplos). Cuando tenemos... por ejemplo un metro con 50 centímetros lo podemos escribir como 1,5 metros ¿cierto? ¿y lo podríamos escribir como 1,500 metros?
>
> E_5: No, ¿cómo así que 1,500 metros?
>
> P_2: Bueno, leamos cifra por cifra... ¿listo? 1,500 metros lo puedo leer como "1 metro, 5 decímetros, 0 centímetros y 0 milímetros" (los alumnos murmuran... y uno toma la palabra)
>
> E_4: Ah sí, porque si dice 0, es porque no hay nada... ya entendí.
>
> P_2: ¿Todos recordaron esto? (Se escuchan voces... sí profesora).
>
> E_9: Pero con $\frac{4}{7}$ no pasa lo mismo... porque sí repite, pero es distinto...
>
> P_2: ¿Por qué es distinto?
>
> E_4: Pues que sí se repite, pero es 571428... no entiendo...
>
> P_2: Esos números donde las cifras se repiten se denominan periódicos, como $\frac{1}{4}$ *o* $\frac{1}{3}$ que se repiten en bloques de una cifra (periodo 1); otros números decimales son periódicos, pero lo que se repite es un bloque de números, como en $\frac{4}{7}$ que el período es un bloque de seis números, y ese bloque que se repite es "571428".

Con estas aclaraciones, los alumnos parecen haber entendido la periodicidad de algunos números decimales (por lo menos los tres que mostraron).

> P_2: (Pide que analicen nuevamente la tabla e identifiquen si encuentran números periódicos en las medidas de los lados del cuadrado de área 7).
>
> E_1: No encontramos, en ninguno se repite...
>
> E_5: Eso no es cierto, mire por ejemplo 7,000008937009.
>
> E_1: Ahí se repite el cero cinco veces, además, la profe pide es mirar eso en los valores del lado...
>
> P_2: (Con la intervención de la profesora concluyen que en la tabla no hay números periódicos).

> Entonces ¿qué podremos decir de esos números? Los alumnos responden que esos números son no periódicos.
>
> P_2: Fijémonos entonces que hay números decimales periódicos y no periódicos. A los no periódicos se les llama "números irracionales" (grabación de audio).

Es de destacar que la dinámica de la clase investigativa llevó a los alumnos a identificar los elementos que caracterizan a un número periódico y a uno no periódico por las condiciones del trabajo desarrollado y no porque, como es habitual, el profesor inicia con la definición sin ningún contexto o significado para los alumnos.

Al finalizar la clase, P_2 pide la opinión de sus alumnos respecto al trabajo realizado y ellos destacan que les gustó la actividad, aunque estaba muy difícil; un estudiante afirmó que "es una manera de hacer que todos trabajemos, esas actividades obligan a hacer uso de su propio ingenio" (diario de campo).

Al retorno al Grupo Semillero, los integrantes destacan que P_2 en general acertó en la orientación de la clase, pero que se apresuró a introducir el concepto de irracional, sin hablar del significado de infinito. P_1 destaca que la conclusión de P_2 sobre la periodicidad o no de un decimal fue apresurada, pues la identificación de esa periodicidad puede ser algo complejo.

5. Discusión

Las reflexiones producidas en el Grupo Semillero, siguiendo la metodología de EC, dejan entrever oportunidades de mejora en el diseño de lecciones de clase que conlleven a la comprensión de la esencia de los números irracionales, según expone Lourido (2020), de tal manera que los estudiantes puedan reconocerlos no solo como resultados de procedimientos numéricos, sino como magnitudes que emergen de relaciones geométricas no conmensurables.

La noción de la periodicidad o no de un decimal resultó desafiante, pues en algunos decimales tal regularidad solo puede encontrarse después de un abultado número de cifras decimales y puede incurrirse en un error al concluir que es un irracional, sin serlo, como se evidencia en la investigación de Reina y Wilhelmi (2021).

Becerra y Font (2019) concuerdan en la complejidad como se aborda este conjunto numérico en los textos de matemáticas de octavo año, donde las representaciones figurales de tipo conjuntista para los diferentes conjuntos de números pueden limitar "la comprensión de las representaciones de los conjuntos infinitos por parte de los estudiantes de secundaria y de universidad" (p. 539).

El EC se consolidó como una metodología clave para vincular representaciones concretas con propiedades abstractas. De acuerdo con Ponte et al. (2023), en este proceso, la intervención del docente asumió un rol determinante: el de anticipar posibles obstáculos y caminos que el estudiante podía abordar en la solución de las actividades propuestas, llevándolo a la reflexión de su quehacer, de modo que orientará su atención hacia elementos conceptuales esenciales, llegando a la exploración, la conjeturación, el debate y la validación colectiva en torno al número irracional como objeto matemático.

Futuras investigaciones podrían abordar cómo los diferentes tipos de representación semiótica inciden en la construcción del significado de número irracional, de qué manera los estudiantes articulan estas representaciones durante el desarrollo de actividades exploratorias, y qué dificultades persisten incluso después de varias sesiones de trabajo bajo la metodología del EC.

6. Conclusiones

El trabajo colectivo de los profesores es una herramienta valiosa para repensar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, ya que se constituye en un medio de formación continua de sus integrantes. Esto se evidencia cuando en el Grupo Semillero, en el análisis de una de las clases realizadas por P_2, aparece un error por parte de un profesor en formación al no percibir que el orden de los enteros no se transfiere directamente a los racionales. Cabe destacar cuando P_2 acepta las observaciones dadas en el Semillero y las lleva a su siguiente clase con los alumnos de octavo grado, concretamente relativas a recordar que con el metro ya los alumnos identifican que es lo mismo decir 1,5 metros que 1,500 metros.

Los aportes de la metodología EC, desarrollada de manera colectiva en el Grupo Semillero, permitieron planear (diseño) la actividad investigativa a ser abordada con estudiantes de educación básica, después socializar el trabajo realizado por P_2 (implementación), luego reflexionar nuevamente y, finalmente, rediseñar el plan. En este análisis de lo desarrollado por P_2 en el Grupo Semillero, P_4 observó que "ha debido aclarar y discutir en ese momento más sobre por qué las diferencias en los resultados dados por diferentes calculadoras", y P_1 le sugiere "debe socializar con todo el grupo la relación entre elevar al cuadrado y sacar la raíz cuadrada, como operaciones inversas" (grabación de audio). Este análisis colectivo en el Semillero permite revisar conceptos matemáticos que no resultan tan triviales, como los irracionales, pero que, para poder identificarlos, hubo que corregir vacíos sobre los propios racionales.

Los resultados evidencian que, en las clases con los estudiantes de grado octavo, desde la metodología EC, los profesores muestran coincidencias en interpretaciones y surgen consensos entre el profesor que orienta la clase y los demás profesores del grupo sobre la mejor forma de realizarla, y que al final son valorados positivamente por todos los integrantes. Esto, de alguna manera, ayuda a construir comunidad de profesores de matemáticas.

La investigación muestra que el EC resulta ser una buena estrategia para romper la rutina de la clase y dinamizarla; aunque lograr que los alumnos se involucren requiere tiempo y trabajo adicional para el profesor, pues la costumbre de los alumnos es que sea el profesor quien trabaje y lo haga todo, y ellos observan y copian. Sacar al estudiante de su zona de confort puede ser algo complejo, lo cual se observó con el grupo de alumnos que eligieron a 13 como área de su cuadrado y que insistían en que al hallar el valor del lado, con dos cifras decimales era suficiente (Diario de campo).

REFERENCIAS

Assis, A. (2012). *A produção de significados matemáticos em um contexto de aulas exploratório-investigativas* [Teses de doutorado, Universidade Federal de Minas]. https://repositorio.ufmg.br/handle/1843/BUOS-96CGHT

Baldin, Y. (2009). O significado da introdução da metodologia japonesa de lesson study nos cursos de capacitação de professores de matemática no Brasil [Ponencia de congresso]. *XVIII Encontro Anual da SBPN e Simpósio Brasil-Japão*. SBPN.

Becerra, H. M. y Font, V. (2019). Las problemáticas semióticas y la metáfora en las representaciones de los conjuntos infinitos. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 32*(1), 531–540.

Breda, A., Font, V., Lima, V. M. R. y Pereira, M. V. (2018). Componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica desde la perspectiva del enfoque ontosemiótico. *Transformación, 14*(2), 162–176.

Breda, A., Hummes, V., Silva, R. y Sánchez, A. (2021). El papel de la fase de observación de la implementación en la metodología estudio de clases. *Bolema, 35*(69), 263–288, https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n69a13

Cavalcanti Moreira, P. (2004). *O conhecimento matemático do professor: Formação na licenciatura e prática docente na escola básica* [Tese de Doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais]. https://repositorio.ufmg.br/bitstream/1843/EABA-6ABMUH/1/2000000078.pdf

Corbetta, P. (2010). *Metodología y técnicas de investigación social*. McGraw-Hill.

D'Amore, B. (2006). *Didáctica de la Matemática.* Editorial Magisterio.

Elliot, J. (2015). Lesson y learning study y la idea del docente como investigador. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado, 29*(3), 29–46. https://www.redalyc.org/pdf/274/27443871003.pdf

Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. Routledge Falmer – Taylor & Francis Group.

Ferraz, A. y Sasseron, L. (2017). Propósitos epistêmicos para a promoção da argumentação em aulas investigativas. *Investigações em Ensino de Ciências*, *22*(1), 42–60. https://doi.org/10.22600/1518-8795.ienci2017v22n1p42

Font, V., Calle, E. y Breda, A. (2023). Uso de los criterios de idoneidad didáctica y la metodología lesson study en la formación del profesorado de matemáticas en España y Ecuador. *Paradigma, 44*, 376–397.

Glaser, B. y Strauss, A. (1967). *Strategies for qualitative research*. Aldine.

Gómez, L. E., Mueriel, L. E. y Londoño, D. A. (2019). El papel del docente para el logro de un aprendizaje significativo apoyado en las TIC. *Encuentros, 17*(2), 118–131. https://www.redalyc.org/journal/4766/476661510011/html/

Hummes, V., Breda, A., Seckel, M. y Font, V. (2020). Criterios de idoneidad didáctica en una clase basada en el lesson study. *Praxis y Saber, 11*(26), 1–14. https://doi.org/10.19053/22160159.v11.n26.2020.10667

Jiménez, A. (2002). *Quando professores de matemática da escola e da universidade se encontram: (Re)significação e reciprocidade de saberes* [Tesis doctoral, Universidade Estadual de Campinas]. http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/253213

Jiménez, A., Font, V., Suárez, Z., Díaz, M., Leguizamón, J., Álvarez, A., Calle, E., Sánchez, A., Breda, A. y Morales, L. (2022). *Hacia la transformación de la clase de*

matemáticas: Algunas perspectivas. UPTC. https://doi.org/10.19053/9789586606608

Lee, L. H. J. y Tan, S. C. (2020). Teacher learning in lesson study: Affordances, disturbances, contradictions, and implications. *Teaching and Teacher Education, 89*, 102986. https://doi.org/10.1016/j.tate.2019.102986

Limas, L. y Jiménez, A. (2017). Actividades exploratorio investigativas en clase de matemáticas. *Eco matemático, 8*(1), 93–105.

Lourido, D. M. (2020). *Análisis exploratorio de los elementos semiótico-cognitivos vinculados a la enseñanza de los números irracionales* [Trabajo de Maestría, Universidad Nacional de Colombia]. https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/78934

Maulana, R., Bruscato, A. M., Helms-Lorenz, M., Irnidayanti, Y., de Jager, T., Galindev, U., Adiyasuren, A., Shahzad, A., Fadhilah, N., Chun, S., Lee, O., Coetzee, T. y Moorer, P. (2023). Secondary education teachers' effective teaching behaviour across five countries: Does it change over time? En R. Maulana, M. Helms-Lorenz y R. M. Klassen (Eds.), *Effective teaching around the world* (pp. 361–398). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-31678-4_17

Melo, N. (2020). Investigações matemáticas na sala de aula dos autores: João Pedro da Ponte; Joana Brocardo e Helia Oliveira. *Ensino da Matemática em Debate*, 7(2), 303–307. https://doi.org/10.23925/2358-4122.2020v7i2p261-265

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*.

Murata, A. (2011). Introduction: Conceptual overview of lesson study. En L. C. Hart, A. S. Alston y A. Murata (Eds.), *Lesson study research and practice in mathematics education* (pp. 1–12). Springer.

Oliveira, T. y Fiorentini, D. (2009). Explorando o sentido de número irracional no ensino fundamental. En D. L. Carvalho y K. C. Conti (Orgs.), *Histórias de colaboração e investigação na prática pedagógica em matemática: Ultrapassando os limites da sala de aula* (1.ª ed., pp. 131–148). Alínea.

Pereira, S., Miranda, S. y Carvalho, P. (2018). O ensino de ciências por investigação: Abordagem em publicações recentes. *Revista Sapiência: Sociedade, Saberes e Práticas Educacionais, 7*(2), 288–304.

Ponte, J. P. (2010). Explorar e investigar em matemática: Uma atividade fundamental no ensino e na aprendizagem. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, *21*, 13–30. https://www.revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/1034/730

Ponte, J. P. (2022). Estudos de aula na formação de professores de Matemática [Conferencia]. *III Congreso Internacional de Educaciones, Pedagogías y Didácticas*. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.

Ponte, J. P., Quaresma, M. y Mata-Pereira, J. (2023). Prospective mathematics teachers' views of their learning in a lesson study. *PNA, 17*(2), 117–136. https://doi.org/10.30827/pna.v17i2.23896

Reina, L. y Wilhelmi, M. (2021). El problema didáctico del reconocimiento de los números irracionales en educación secundaria. En A. Y. Soto Lazcano y L. Suárez Téllez (Coords.), *Repensar las didácticas específicas. Una aportación multidisciplinaria a la enseñanza especializada* (pp. 79–103). Red de Investigadores Educativos Chihuahua.

Salas-Solano, B. y Valverde-Soto, G. (2025). Articulación del modelo del conocimiento especializado del docente de matemática (MTSK) y el estudio de clase (lesson

study): Oportunidades para la formación del profesorado de matemáticas. *Revista Actualidades Investigativas en Educación*, *25*(1), 1–27. https://doi.org/10.15517/aie.v25i1.60756

Schön, D. (1992). *La formación de profesionales reflexivos. Hacia un nuevo diseño de la enseñanza y el aprendizaje en las profesiones*. Paidós.

Tall, D. (1992). The transition to advanced mathematical thinking: Functions, limits, infinity and proof. En D. Grows (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 495–511). MacMillan.

∞

Alfonso Jiménez Espinosa

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia
alfonso.jimemez@uptc.edu.co | https://orcid.org/0000-0001-9557-0396
Contribución: Conceptualización, metodología, revisión literatura.

Leidy Johana Limas Berrio

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia
leidy.limas@uptc.edu.co | https://orcid.org/0000-0002-8307-3664
Contribución: Recopilación, análisis, redacción - borrador

Yudy Alexandra Molina Hurtado

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia
yudy.molina@uptc.edu.co | https://orcid.org/0000-0002-2900-5652
Contribución: Validación, revisión, edición final.

Recibido: 18 de marzo de 2025
Aceptado: 20 de enero de 2026

Research Activities With Irrational Numbers in Classes With Principles of Lesson Study

Alfonso Jiménez Espinosa @, Leidy Johana Limas Berrio @, Yudy Alexandra Molina Hurtado @

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia

In the continuous professional development of teachers, lesson study becomes a methodology that fosters learning opportunities in which students construct knowledge through open-ended and challenging tasks, while teachers act as researchers of their own practice by reflecting on what takes place in the classroom. They analyze how students learn and engage in critical reflection after the implementation of the lesson, proposing strategies for improvement.

Based on classroom experiences and the work of a group of teachers in a research seedbed, the importance of providing students with open and challenging activities is recognized tasks that allow them to inquire, explore different strategies, formulate hypotheses, establish relationships, draw their own conclusions, and validate their conjectures and responses through analysis and argumentation.

Thus, the present study acknowledges the potential of "investigative classroom activities" aimed at exploring, posing questions, and formulating conjectures regarding the learning of irrational numbers as mathematical concept that not only generates comprehension difficulties among students but also causes conceptual confusion and challenges in meaning construction. This occurs because it breaks with the intuitive model of number as a finite or fractional quantity and introduces the notion of non-periodic infinity. Likewise, this difficulty also lies in the conceptual change required to broaden the notion of number, incorporate different systems of representation, and understand that this numerical set is dense and continuous.

This situation gives rise to the present research process, whose objective is to identify the contributions of lesson study through collaborative work within the research seedbed group an educational space composed of primary and secondary school teachers, university-level instructors, and undergraduate and master's students. Together, they design a lesson plan based on investigative tasks to recognize the different ways in which eighth-grade students conceptualize irrational numbers. This academic setting promotes systematic processes of collective reflection on lesson planning, negotiation of meaning, argumentation, and problem-solving, leading to continuous improvement and the enrichment of professional knowledge.