

Competencia del Profesor para Gestionar Conflictos Semióticos en la Resolución de Problemas de Cálculo

Teacher Competence in Managing Semiotic Conflicts in Mathematical Problem Solving

Manuel Alejandro Verón @ ¹, Belén Giacomone @ ², Silvia Etchegaray @ ³

¹ Universidad de Barcelona (España)

² Universidad de la República de San Marino (San Marino)

³ Universidad Nacional de Río Cuarto (Argentina)

Resumen ∞ El objetivo de este artículo es valorar la competencia didáctico-matemática de un profesor-investigador al identificar y resolver conflictos semióticos que surgen en estudiantes de Ingeniería Química frente a una situación-problema donde interviene la diferencial de una función de una variable. La experiencia que se describe en este trabajo se llevó a cabo en una clase de Análisis I con 70 estudiantes de primer año de ingeniería. El análisis de las resoluciones de la tarea y las intervenciones del profesor se sustenta en el Enfoque Ontosemiótico. Los resultados muestran el surgimiento de cuatro conflictos cognitivos, los cuales fueron trabajados con el grupo clase bajo la coordinación del profesor. En conclusión, se destaca la importancia del análisis preliminar de tareas como herramienta fundamental para realizar intervenciones docentes idóneas y gestionar de manera competente las mismas.

Palabras clave ∞ Competencia didáctico-matemática; Conflictos semióticos; Diferencial; Enseñanza del cálculo; Formación de ingenieros

Abstract ∞ The objective of this article is to assess the didactic-mathematical competence of a teacher in identifying and resolving semiotic conflicts that arise in chemical engineering students when faced with a problem involving the differential of a function of one variable. The experience described in this study was carried out in an Analysis I class with 70 first-year engineering students. The analysis of task resolutions and the teacher's interventions is based on the Onto-semiotic Approach. The results show the emergence of four cognitive conflicts, which were addressed with the class group under the teacher's coordination. In conclusion, the importance of preliminary task analysis is highlighted as a fundamental tool for making appropriate teaching interventions and competently managing them.

Keywords ∞ Calculus teaching; Didactic-mathematical competence; Differential; Engineering education; Semiotic conflicts

Verón, M. A., Giacomone, B., & Etchegaray, S. (2026). Competencia del profesor para gestionar conflictos semióticos en la resolución de problemas de cálculo. *AIEM-Avances de Investigación en Educación Matemática*, 29, 111-132. <https://doi.org/10.35763/aiem29.6943>

1. INTRODUCCIÓN

Uno de los objetos centrales en las asignaturas de los primeros cursos de cálculo o análisis matemático en las carreras de ingeniería, matemática, física y ciencias experimentales es el estudio de la diferencial de una función de una variable, debido a su estrecha relación con límite, derivada, integral y ecuación diferencial (Ely, 2021; Verón et al., 2024).

La literatura científica ha reportado que el aprendizaje de la diferencial presenta dificultades tanto para estudiantes como para profesores (Martínez-Torregrosa et al., 2002). Un ejemplo claro de la diversidad y disparidad en las interpretaciones de la diferencial fue señalado por Tall (1980, p. 2), quien recoge distintas concepciones expresadas por un grupo de estudiantes, tales como: “ dy no tiene significado por sí mismo”, “ dy significa con respecto a y (como en la integración)”, “ dy es la diferencial de y ”, “ dy es un incremento infinitesimal en y ”, “ dy es un incremento ‘muy pequeño’ o ‘más pequeño posible’ en y ” o “ dy es el límite de δy a medida que se hace pequeño”.

Otros estudios reportan conflictos epistémicos, cognitivos e instruccionales en relación con el uso de las lecciones de los libros de textos de cálculo, ya que se han identificado diferentes desajustes entre los significados institucionales (p. ej., Verón y Giacomone, 2023).

Resulta indispensable que el profesor sea competente para identificar y resolver conflictos semióticos con sus estudiantes. Por ello, el objetivo de este trabajo es valorar el nivel de competencia de un profesor en la intervención y gestión de los conflictos semióticos que emergen durante las prácticas matemáticas de estudiantes de ingeniería frente a una situación-problema que involucra la diferencial.

A continuación, en la sección 2, se describe el modelo teórico que sustenta el problema de investigación. En las secciones 3 y 4, se detallan la metodología y el análisis ontosemiótico a priori de los posibles conflictos semióticos implicados en la tarea desarrollada durante la lección. En la sección 5, se presentan los conflictos semióticos manifestados por los estudiantes y las intervenciones del profesor orientadas a su gestión. Por último, se exponen las conclusiones, destacando la importancia de esta competencia en la formación de profesores.

2. MARCO TEÓRICO Y PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Esta investigación se sustenta en los supuestos teóricos y metodológicos del Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemáticos (Godino, 2024).

2.1. Significados parciales de un objeto matemático y configuración ontosemiótica

La noción de significado y su relación con las nociones de práctica y objeto desempeñan un papel central. Una práctica es “cualquier acción o manifestación (lingüística o de otro tipo) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos,

para comunicar la solución a otras personas, con el fin de validar y generalizar esa solución a otros contextos y problemas” (Godino y Batanero, 1994, p. 334).

En una primera aproximación, el significado es aquello que refiere una palabra, un símbolo o cualquier otro medio de expresión, emitido por una persona en un acto comunicativo con otra persona o consigo mismo, que tiene lugar en un contexto determinado. No obstante, con las palabras y símbolos no solo se mencionan o representan cosas, sino que mediante ellos también se hacen cosas, es decir, intervienen en prácticas operativas (Godino, 2024, p. 143).

En el EOS, al hablar de conceptos y significado de conceptos (o de cualquier tipo de objeto matemático), se asume una interpretación pragmatista de tales entidades. Con dicha finalidad, Godino y Batanero (1994, p. 341) introdujeron las siguientes definiciones de significado:

Significado de un objeto institucional (OI). Es el sistema de prácticas institucionales asociadas al campo de problemas de las que emerge OI en un momento dado. Significado de un objeto personal (Op). Es el sistema de prácticas personales de una persona p para resolver el campo de problemas del que emerge el objeto Op en un momento dado.

Para el análisis del significado de los objetos matemáticos, se ha desarrollado la noción de configuración ontosemiótica de prácticas, objetos y procesos que intervienen en la resolución de situaciones-problemas, las cuales son la razón de ser de la actividad matemática y de los objetos emergentes de la misma.

Un objeto matemático es “cualquier entidad que esté involucrada de alguna manera en la práctica o actividad matemática y que pueda separarse o individualizarse” (Font et al., 2013, p. 108). En consecuencia, el análisis de la actividad revela un primer tipo de objetos que intervienen en las prácticas matemáticas, como problemas, conceptos/definiciones, proposiciones, etc., a los que se considera como objetos primarios. Estos se relacionan entre sí y forman configuraciones, que pueden definirse como redes de objetos que intervienen en los sistemas de prácticas y emergen de ellos.

Los objetos primarios son clasificados en categorías según su naturaleza y función (Godino et al. 2007, p. 132):

- *Lenguajes* (términos, expresiones, notaciones, gráficos) en sus diversos registros (escrito, oral, gestual, etc.).
- *Situaciones - problemas* (aplicaciones extra matemáticas, ejercicios);
- *Conceptos* (introducidos mediante definiciones o descripciones);
- *Proposiciones* (enunciados sobre conceptos);
- *Procedimientos* (algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo);
- *Argumentos* (enunciados para justificar las proposiciones y procedimientos deductivos o de otro tipo).

En Font et al. (2013) se desarrolla una ontología de objetos matemáticos, sus diferentes tipos, las configuraciones que forman, sus maneras de participar en las

prácticas matemáticas, sus formas de existencia, etc. En particular, los objetos matemáticos que intervienen y emergen en las prácticas matemáticas pueden ser considerados desde cinco dimensiones duales según el juego de lenguaje en que participan (Godino et al., 2007, p. 131):

- *Personal - institucional*. La “cognición personal” es el resultado del pensamiento y la acción del sujeto individual ante una cierta clase de problemas, mientras la “cognición institucional” es el resultado del diálogo, el convenio y la regulación en el seno de un grupo de individuos que forman una comunidad de prácticas.
- *Ostensivo - no ostensivo*. Los objetos institucionales y personales tienen una naturaleza no ostensiva (no perceptibles por sí mismos). Ahora bien, cualquiera de estos objetos se usa en las prácticas públicas por medio de sus ostensivos asociados (notaciones, símbolos, gráficos, ...).
- *Expresión - contenido*. Los distintos objetos se deben concebir como entidades puestas en relación unos con otros. La relación se establece por medio de funciones semióticas, entendidas como una relación entre un antecedente (expresión, significante) y un consecuente (contenido, significado) establecida por un sujeto (persona o institución) de acuerdo con un cierto criterio de correspondencia.
- *Extensivo - intensivo (ejemplar-tipo)*. Hace referencia a la dialéctica entre lo particular y lo general, que sin duda es una cuestión clave en la construcción y aplicación del conocimiento matemático.
- *Unitario - sistémico*. Los objetos matemáticos pueden participar como entidades unitarias o como sistemas que se deben descomponer para su estudio.

Basándose en estas consideraciones, Font et al. (2013) explican cómo las prácticas matemáticas y estas cinco dualidades pueden producir un referente que, implícita o explícitamente, se considera un objeto matemático, y que aparentemente es independiente del lenguaje utilizado para describirlo. En este artículo centramos la atención en el objeto matemático diferencial entendido de manera sistémica, esto es, como un objeto secundario en la terminología del EOS. Este objeto sería el contenido al que, explícitamente o no, se refiere globalmente el par de prácticas matemáticas y configuración de objetos primarios que las activan. A su vez, un objeto secundario solo se puede hacer operativo mediante el uso de una configuración de objetos primarios. Dada esta simbiosis entre objetos primarios y secundarios, en lo que sigue, usaremos la palabra objeto y solo distinguiremos entre primarios y secundarios cuando sea necesario.

2.2. Conflictos semióticos: epistémicos y cognitivos

La noción de conflicto semiótico hace referencia a “una disparidad o desajuste entre los significados atribuidos a una misma expresión por dos sujetos — personas o instituciones— en interacción comunicativa y pueden explicar las dificultades y limitaciones de los aprendizajes y las enseñanzas implementadas” (Godino, 2002, p. 258).

Un conflicto semiótico es de tipo epistémico si la disparidad se produce entre los significados institucionales, pero si la disparidad se produce entre las prácticas

que forman el significado personal de un mismo objeto, es un conflicto semiótico de tipo cognitivo (Godino, 2024).

2.3. Competencias profesionales en el marco del modelo CCDM

El EOS presenta un modelo de conocimientos del profesor de matemáticas que integra y amplía los desarrollos y avances de diferentes modelos sobre el conocimiento del profesor de matemáticas, especialmente los de Lee Schulman y colaboradores, y Deborah Ball y colaboradores. Como resultado, el EOS presenta un modelo de competencias y conocimientos didáctico-matemáticos (CCDM) basado en constructos de este enfoque (Godino et al., 2017).

El modelo CCDM sugiere dos competencias clave para la actividad profesional: la competencia matemática y la competencia de análisis e intervención didáctica. Esta segunda competencia se refiere a “diseñar, aplicar y evaluar secuencias de aprendizaje mediante técnicas de análisis didáctico y criterios de estado para establecer ciclos de planificación, implementación, evaluación y propuestas de mejora” (Breda et al., 2017, p. 1897). Godino y colaboradores (2017, p. 103) caracterizan la competencia general de análisis e intervención didáctica en cinco subcompetencias claves: (1) competencia de análisis de significados globales; (2) competencia de análisis ontosemiótico de prácticas matemáticas; (3) competencia de análisis y gestión de configuraciones didácticas; (4) competencia de análisis normativo; y (5) competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica.

En esta investigación, nos focalizamos en un aspecto de la subcompetencia (3): la identificación y resolución de conflictos epistémicos y cognitivos, por parte del profesor, que surgen en las prácticas matemáticas de sus estudiantes. De manera análoga a como se hace en Font et al. (2024) y Pino-Fan et al. (2023), se establecen tres niveles de desarrollo. En el nivel N1, los profesores pueden resolver los problemas y detectar el error de sus alumnos, pero no identifican potenciales conflictos semióticos ni determinar diferentes significados parciales del mismo objeto matemático; en el nivel N2, utilizan la categorización de tipos de conflictos semióticos y pueden identificar la mayoría de los conflictos potenciales, así como conocer e identificar diferentes significados parciales del mismo objeto matemático; y en el nivel N3, pueden identificar los conflictos potenciales en la implementación, así como otros no previstos y pueden realizar una gestión de la interacción que permite superarlos.

2.4. Problema de investigación

El desarrollo de la competencia del profesor para identificar y resolver los conflictos epistémicos y cognitivos que surgen en las prácticas matemáticas de sus estudiantes implica (Godino et al., 2017):

- Identificar los conflictos epistémico-cognitivos como discordancias entre significados institucional-personal, los cuales pueden derivar en obstáculos, dificultades o errores en las resoluciones de los estudiantes.
- Reconocer las estrategias de solución que utilizan los estudiantes para resolver los conflictos epistémico-cognitivos que surgen de un problema.

- Identificar los objetos (lenguajes: natural, icónico, diagramático, simbólico, etc., definiciones (explícitas o implícitas), proposiciones, procedimientos y argumentos) y procesos matemáticos que intervienen en las estrategias de solución de los estudiantes.
- Generar y gestionar momentos de discusión de tipo dialógica-colaborativa para resolver y superar los conflictos epistémico-cognitivos.

A partir del análisis de estos cuatro puntos clave, en este trabajo aportamos información para reflexionar sobre el nivel de competencia del profesor para reconocer los conflictos epistémicos, ponerlos en discusión con los estudiantes y superarlos para avanzar en la resolución del problema y progresar en los aprendizajes, es decir, responder a la pregunta ¿cuál es el nivel de la competencia de un profesor para identificar y resolver los conflictos epistémicos y cognitivos que surgen en las prácticas matemáticas de sus estudiantes de ingeniería frente a una situación problema donde interviene la diferencial de una función?

2.5. Significados parciales de la diferencial

Diversos autores han elaborado modelos parciales o clasificaciones de los significados de la diferencial según los usos y aplicaciones que hacen los estudiantes, con el fin de comprender y abordar las dificultades educativas asociadas (Dray y Manogue, 2010; Ely, 2021; Hu y Rebello, 2013; López-Gay et al., 2015; Oldenburg, 2016; Pulido, 2010; Valdivé y Garbin, 2008; Von Korff y Rebello, 2014). En esta línea, Verón y Giacomone (2021) describen detalladamente los significados parciales de la diferencial a partir de un estudio histórico-epistemológico que analiza su complejidad ontológica y semiótica en las obras de Leibniz, Cauchy, Fréchet y Robinson. Y en Verón et al. (2024) se avanza hacia la caracterización de los conocimientos didáctico-matemáticos que los profesores deberían considerar para llevar a cabo procesos instruccionales idóneos relacionados con la diferencial de una función.

2.6. Conflictos epistémicos y cognitivos en el estudio de la diferencial

Varias investigaciones han mostrado la complejidad del diferencial, entendida como pluralidad de significados (Cordero-Orosio, 1991; Hu y Rebello, 2013; Pulido, 2010). Esto genera potenciales dificultades tanto para su comprensión por parte de estudiantes y profesores (Orton, 1983) como para su enseñanza, ya que se suele usar y presentar de diferentes maneras, generando ambigüedades y contradicciones, principalmente en las asignaturas de cálculo y física (López-Gay et al., 2015; Nilsen y Knutsen, 2023).

Además, autores como Artigue et al. (1990), Badillo et al. (2005), Oldenburg (2016), Pulido (2010) y Verón y Giacomone (2023) muestran cómo los diversos significados del objeto de diferencial conviven y generan diferentes conflictos, tanto explícitos como implícitos, en los libros de textos de cálculo, física, química, ingeniería, etc. Un conflicto epistémico surge con el uso de la expresión simbólica del diferencial en relación con otros objetos del cálculo, como la derivada. Por ejemplo, la expresión $\frac{dy}{dx}$ puede cambiar de significado según el contexto de uso, ya que puede

representar la derivada de la función y respecto de x , un cociente de diferenciales (Ely, 2021) o un único símbolo indivisible (Tall, 1992).

Otras dificultades se vinculan al uso de los diferenciales. Hu y Rebello (2013) señalan que la interpretación contextual de los símbolos dx y dy genera dificultades en estudiantes de física, al representar tanto cantidades infinitesimales como cambios infinitesimales. También se generan conflictos cognitivos en los procesos de significación e interpretación de la dx en la expresión $\int_a^b f(x)dx$, como lo estudian Burgos et al. (2021), Ely (2017), Jones (2015), Nilsen y Knutsen (2023) y Tall (1992).

3. METODOLOGÍA

Se emplea un enfoque metodológico cualitativo (McMillan y Schumacher, 2001) de carácter exploratorio y descriptivo que busca estudiar las acciones y decisiones didáctico-matemáticas de un profesor en un contexto real de clases.

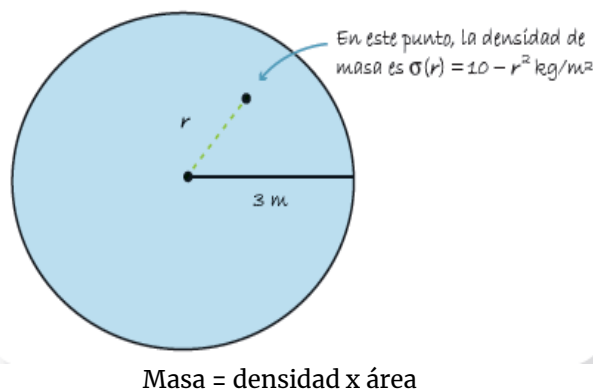
3.1. Contexto y participantes

El profesor del curso que participa en este estudio tiene 11 años de experiencia, es doctor en Didáctica de las Matemáticas y tiene el rol de profesor-investigador. Las acciones del profesor fueron compartidas y analizadas con el equipo de investigación.

La experiencia que se presenta se llevó a cabo en una clase con 70 estudiantes del primer año del curso de Análisis I de las carreras de Ingeniería Química y Licenciatura en Análisis Químicos y Bromatológicos de la Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales de la Universidad Nacional de Misiones, Argentina, durante el primer semestre del 2023. La clase, de 2 horas, se desarrolló en grupos de 4 o 5 estudiantes, con la conducción del profesor-investigador. El equipo de investigadores solo intervino en la planificación, análisis a priori y a posteriori.

La tarea implementada es un problema adaptado de Salinas et al. (2012), la cual plantea calcular la masa total de una lámina circular (Figura 1).

Figura 1. Enunciado del problema



Nota. Adaptado de Salinas et al. (2012, p. 142).

Considerando una lámina circular de 3 metros de radio, cuya masa se distribuye de tal manera que la densidad en todo punto es $\sigma(r)=10-r^2$ (kg/m^2), donde r es la distancia del punto al centro de la lámina. Se pide:

Determinar la masa M total de la lámina circular con la densidad de masa dependiendo del radio.

Una disparidad de significados se produce por los conflictos epistémicos o cognitivos. Para identificar soluciones que se puedan usar como significado de referencia o bien significado personal, una de las primeras acciones que realiza el profesor es identificar posibles soluciones que podían hacer los estudiantes y las analiza comparándolas con una solución experta (que no se presenta en el artículo) para identificar potenciales conflictos. Se trata de un proceso similar al realizado en otras investigaciones como, por ejemplo, en Malaspina y Font (2010).

Durante la implementación, se han realizado varias puestas en común con todo el grupo clase en el momento en que emergía algún conflicto cognitivo en las resoluciones. Primero, el profesor interviene para que los estudiantes tomen conciencia del conflicto cognitivo que les impide avanzar hacia la solución del problema, para luego, mediante intervenciones, emprender la búsqueda y elaboración de nuevas estrategias para superar los conflictos y lograr proponer una solución al problema.

4. ANÁLISIS ONTOSEMIÓTICO A PRIORI DEL PROBLEMA

El análisis a priori, realizado por el profesor, considerando su formación, se enfoca en identificar los posibles sistemas de prácticas matemáticas y la complejidad de los objetos y procesos matemáticos involucrados. Dada la dificultad de la tarea, el profesor estudia las posibles respuestas haciendo énfasis en las dificultades, disparidades y errores que propician el surgimiento de algunos potenciales conflictos.

El problema moviliza prácticas, objetos y procesos asociados al significado parcial de la diferencial de Leibniz, destacando su conceptualización como cantidades infinitamente pequeñas, incrementos infinitesimales y la representación del triángulo diferencial con los elementos diferenciales dx , dy y ds (Verón y Giacomone, 2021). Al matematizar cambios pequeños o infinitamente pequeños en fenómenos de matemáticas, física, química, biología, economía e ingenierías, interviene el proceso de modelización (López-Gay et al., 2015).

A continuación, se presenta el análisis del profesor mostrando solo cuatro resoluciones de interés para este artículo.

4.1. Resolución 1

4.1.1. Sistema de prácticas matemáticas

P1. Lectura e interpretación del problema. Se considera un disco circular de 3 m de radio, una función densidad que depende del radio $\sigma(r)=10-r^2$ (kg/m^2). La fórmula para calcular la masa superficial es $Masa = densidad \times \text{área}$

P2. Se considera que el área y la densidad son constantes en toda la superficie de la lámina y se calcula el área del círculo y la densidad para el radio $r=3m$. Se obtiene un área de $A=\pi(3m)^2=9\pi m^2$ con la fórmula $A=\pi r^2$ y una densidad de:

$$\sigma(3)=10-(3m)^2=1 (kg/m^2)$$

P3. Se calcula la masa haciendo el producto entre la densidad y el área, obteniendo:

$$M=1(kg/m^2) \cdot 9\pi m^2=9\pi kg$$

4.1.2. Conflicto cognitivo 1

La resolución es incorrecta. Se genera un conflicto cognitivo al considerar que la función densidad es constante en todos los puntos de la lámina circular. Además, se supone que la masa no varía en toda la superficie del círculo, ya que se trabaja con toda el área del círculo de radio 3 m.

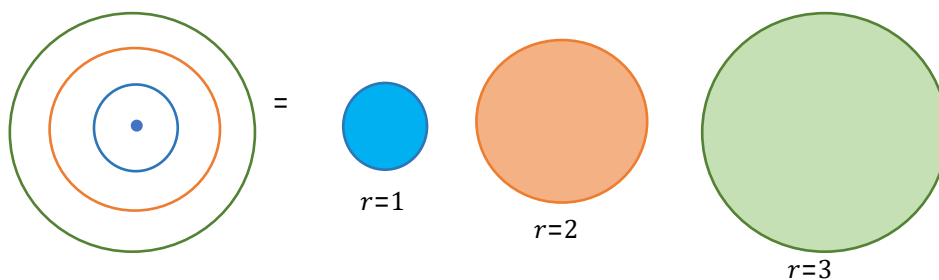
Concluimos que el profesor señala cuestiones didácticas significativas, ya que, si los estudiantes no logran reconocer la variación de la función densidad, del área y, en consecuencia, la variación de la masa, se genera un obstáculo para la progresión de los aprendizajes.

4.2. Resolución 2

P1. Se repite

P2. Se considera que el radio r varía y que puede tomar los valores naturales 0, 1, 2 y 3, formándose círculos concéntricos (ver Figura 2).

Figura 2. Círculos concéntricos de radios de 1, 2 y 3 metros



P3. Se considera que el área y la densidad varían en intervalos constantes; por tal motivo, se calcula el área y la densidad para los valores 0, 1, 2 y 3 de r , y se organizan en la Tabla 1. Por ejemplo, para los valores de $(0, 1]$, todos los puntos del círculo de radio 1 m tienen una densidad constante de $9 kg/m^2$.

Tabla 1. Valores de densidad, área y masa para los valores de radio naturales

r	$\sigma(r)=10-r^2(kg/m^2)$	$A=\pi r^2 (m^2)$	$Masa=densidad \times \acute{a}rea (kg)$	
0	0	$\sigma(0)=10$	$A(0)=0$	$M(0)=0$
1	(0, 1]	$\sigma(1)=9$	$A(1)=\pi$	$M(1)=9\pi$
2	(0, 2]	$\sigma(2)=6$	$A(2)=4\pi$	$M(2)=24\pi$
3	(0, 3]	$\sigma(3)=1$	$A(3)=9\pi$	$M(3)=9\pi$

P4. Se suman los valores de las masas de los diferentes radios para aproximar el valor de la masa total de la lámina circular.

$$M_{total} \approx M(0)+M(1)+M(2)+M(3)=42\pi \text{ kg}$$

4.2.1. Conflicto cognitivo 2

Surge un nuevo conflicto cognitivo debido a la consideración de los círculos concéntricos, ya que se están superponiendo los valores de las masas para los radios 1, 2 y 3 metros. Se consideran los tres círculos concéntricos (ver Figura 2), pero no se advierte que el área del círculo de $r=1m$ esté contenida en los otros dos círculos; es decir, se superponen las superficies y se obtiene un valor de masa mayor al real.

Una posible explicación está en la definición del radio, porque solo toma valores naturales en su dominio de definición. Este hecho genera que se tomen solo tres círculos con densidad constante en cada punto de los respectivos círculos.

En síntesis, el profesor considera la posibilidad de que los estudiantes piensen la densidad como constante por tramos o intervalos de valores de radio.

4.3. Resolución 3

Alternativamente, si se consideran más valores de radio, el valor de la masa total aumenta cada vez más, al igual que los valores de las áreas de los círculos (Tabla 2).

Tabla 2. Valores de densidad, área y masa para diferentes valores de radios

r	$\sigma(r)=10-r^2(kg/m^2)$	$A=\pi r^2 (m^2)$	$Masa=densidad \times \acute{a}rea (kg)$
0	$\sigma(0)=10$	$A(0)=0$	$M(0)=0$
0,5	$\sigma(0,5)=9,75$	$A(0,5)=0,25\pi$	$M(0,5)=2,4375\pi$
1	$\sigma(1)=9$	$A(1)=\pi$	$M(1)=9\pi$
1,5	$\sigma(1,5)=7,75$	$A(1,5)=2,25\pi$	$M(1,5)=17,4375\pi$
2	$\sigma(2)=6$	$A(2)=4\pi$	$M(2)=24\pi$
2,5	$\sigma(2,5)=3,75$	$A(2,5)=6,25\pi$	$M(2,5)=23,4375\pi$
3	$\sigma(3)=1$	$A(3)=9\pi$	$M(3)=9\pi$

De esta manera, la masa total será: $M_{total} \approx 85,3135\pi \text{ kg}$

4.3.1. Conflicto cognitivo 3

La resolución 3 mejora la resolución 2 porque se reconoce que el radio puede tomar más valores del intervalo $[0, 3]$. En este sentido, se resuelve el conflicto con relación a la consideración del radio, pero también hay un gran salto cualitativo en la resolución, ya que se avanza en la conceptualización de la variación de la masa, densidad y área, porque se consideran cada vez más círculos concéntricos.

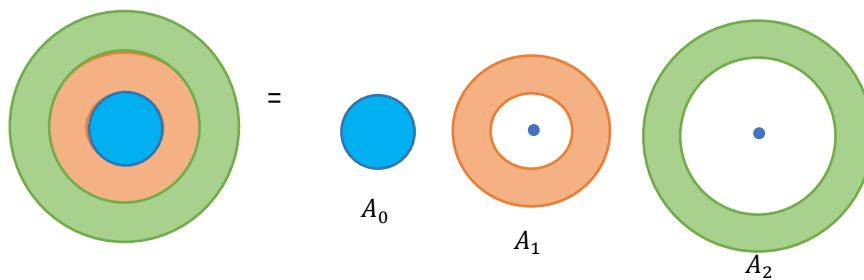
El profesor, en su análisis, considera que “más valores de radio” constituye un indicador del progreso en la resolución del problema. Sin embargo, es consciente de que aún persiste el conflicto de la superposición de superficies de los círculos concéntricos.

4.4. Resolución 4

P1. Se repite

P2. Se considera que r varía y que toma los valores 0, 1, 2 y 3, formándose anillos concéntricos o coronas circulares (ver Figura 3).

Figura 3. Coronas circulares concéntricas de radios de 1, 2 y 3 metros



P3. Se considera que el área varía y se calcula el área de cada corona circular con la fórmula $A=\pi(R^2-r^2)$, siendo R : radio mayor y r : radio menor.

$$A_0=\pi(1^2-0^2)=\pi$$

$$A_1=\pi(2^2-1^2)=\pi(4-1)=3\pi$$

$$A_2=\pi(3^2-2^2)=\pi(9-4)=5\pi$$

P4. Se considera que la densidad es constante en cada corona circular (Tabla 3).

Tabla 3. Valores de densidad, área y masa para los valores de radios natural

r	Intervalo	$\sigma(r)=10-r^2(kg/m^2)$	Área de la corona circular (m^2)	Masa=densidad \times área (kg)
0	(0, 1]	$\sigma(0)=10$	$A_0=\pi$	$M(0)=10\pi$
1	(1, 2]	$\sigma(1)=9$	$A_1=3\pi$	$M(1)=27\pi$
2	(2, 3]	$\sigma(2)=6$	$A_2=5\pi$	$M(2)=30\pi$

P5. Se suman los valores de las masas que se obtuvieron en cada anillo para aproximar el valor de la masa total de la lámina circular.

$$M_{total} \approx M(0)+M(1)+M(2)=67\pi$$

4.4.1. Conflicto cognitivo 4

En la resolución se advierte la superposición de superficies y, por lo tanto, para resolver ese conflicto cognitivo, se consideran anillos o coronas circulares concéntricas en lugar de círculos. Este paso implica un importante salto cualitativo en la comprensión del problema y en la conceptualización de la variación de la masa porque, en esta resolución, se está suponiendo que la densidad y la masa son constantes en cada uno de los anillos.

El profesor, en su análisis, advierte que los estudiantes podrían proponer distintas soluciones identificando prácticas matemáticas conflictivas. Se espera, con intervenciones adecuadas, que los estudiantes apliquen estrategias y avancen hasta la necesidad de considerar el ancho del anillo, es decir, la cantidad o porción del radio de la corona circular.

5. RESULTADOS. IMPLEMENTACIÓN DE LA TAREA

En esta sección se presentan los conflictos cognitivos que surgen efectivamente durante la implementación, se analizan las estrategias que utilizaron los estudiantes para avanzar en la tarea y se describen las acciones del docente.

En la implementación, el profesor realizó varias puestas en común con toda la clase, interviniendo en momentos clave cuando observaba que los grupos no avanzaban debido a un conflicto. Durante la intervención, el profesor primero promovía la discusión de las resoluciones para que los estudiantes identificaran y tomaran conciencia del conflicto cognitivo que no les permitía avanzar. Luego, devolvía la responsabilidad a los grupos para que buscaran una nueva estrategia para resolverlo.

5.1. Conflicto cognitivo 0 (CC0)

Cuando los estudiantes se enfrentan al problema, el profesor observa que algunos estudiantes tienen dificultad para comprender el enunciado. Frente a esta situación, el profesor se encuentra en una situación que no había previsto en su análisis a priori, ya que emerge un conflicto cognitivo asociado a la representación geométrica del radio y sus significados en el contexto del enunciado del problema.

El profesor logra identificar los objetos matemáticos y dualidades que entran en juego en las prácticas matemáticas que proponen estos estudiantes. En la Figura 1, se observan dos radios: el radio de la lámina circular de 3 m y el radio de un punto “genérico” interior donde se muestra la función densidad. Además, el radio cumple la función de variable para la densidad y para el área, lo que en un principio no es advertido por los estudiantes, porque consideran que solo varía la densidad o que cada función (densidad y área) puede tomar valores diferentes de radio al mismo tiempo. Desde una perspectiva ontosemiótica, la representación ostensiva-

extensiva indica que el radio es de 3 m, mientras que la ostensiva-intensiva indica el radio genérico r , representado con líneas discontinuas con punto extremo remarcado, que es un elemento representativo de todos los posibles radios.

La intervención del docente se centra en generar un diálogo entre los grupos sobre la interpretación del problema y, en particular, de la representación gráfica del círculo. Este tipo de conflicto está documentado en otras investigaciones, como la de Font y Contreras (2008), quienes destacan la importancia de la relación entre lo particular y lo general en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y cómo la noción de función semiótica y la ontología matemática del EOS ayudan a abordar este problema.

5.2. Conflicto cognitivo 1 (CC1)

La mayoría de los grupos de estudiantes plantea la resolución 1, anticipada por el docente, donde surge el conflicto cognitivo por la consideración implícita de que la densidad es constante en todos los puntos de la lámina circular, como se puede observar en la Figura 4.

Figura 4. Parte de la resolución de E1

$$\begin{aligned} \sigma(3) &= 10 - r^2 = 10 - 3^2 = 1 \quad \pi 3^2 \\ & \qquad \qquad \qquad M = 28,27 \\ \sigma(r) &= 10 - r^2 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^2} \\ &= 10 - 3^2 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^2} \\ &= 10 - 9 \text{ Kg} \\ &= 1 \text{ Kg} \\ & \qquad \qquad \qquad M = \pi 3^2 \cdot 1 \text{ Kg} \\ & \qquad \qquad \qquad M = 28,27 \text{ Kg} \end{aligned}$$

En la puesta en común, el profesor interviene por medio de preguntas que buscan identificar los supuestos que están detrás de los cálculos realizados. Algunas preguntas son: ¿cómo calcularon la masa de la lámina circular?, ¿por qué reemplazaron al radio con 3 m?, ¿qué indica la expresión de la densidad?, ¿cómo se interpretan los resultados que obtuvieron en el contexto del problema?, entre otras. Se logra establecer con los estudiantes que la resolución es incorrecta porque se está considerando que la densidad es constante en toda la lámina circular.

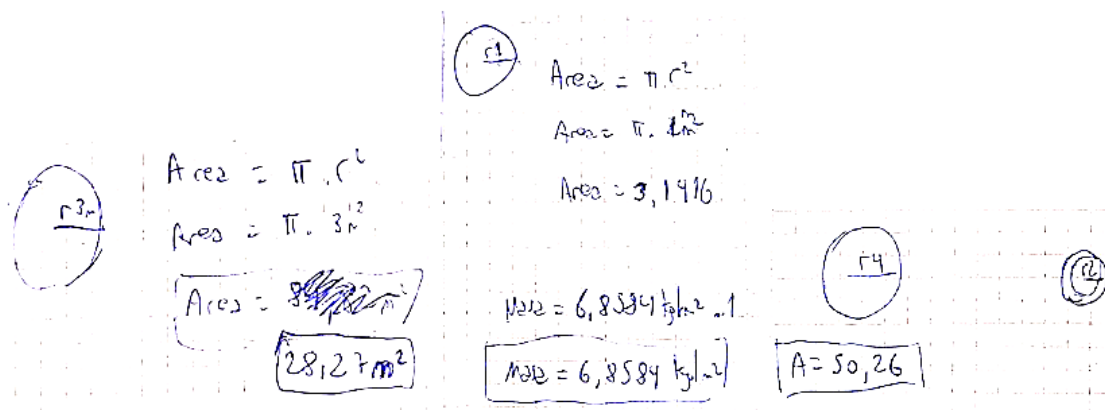
Luego de la discusión de la resolución 1, los estudiantes logran superar el CC1 porque identifican la variación de la densidad según el valor del radio que se considere y la variación de la masa. Este progreso se puede apreciar en las Figuras 5 y 6 con la resolución 2.

Es importante destacar que las intervenciones del profesor están orientadas a que los estudiantes vuelvan sobre sus propias resoluciones, cuestionando las prácticas realizadas para mejorar la comprensión del problema y, en consecuencia, mejorar la comunicación de las ideas matemáticas.

5.3. Conflicto cognitivo 2 (CC2)

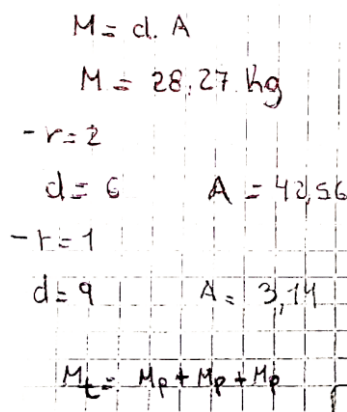
Al avanzar con la resolución, se observa que la mayoría de los grupos de estudiantes toman nuevos valores de radio (1, 2 y 3) y repiten el procedimiento de cálculo de la masa. Por ejemplo, se presentan las respuestas de los estudiantes 2 y 3 (E2 – E3) en las Figuras 5 y 6.

Figura 5. Parte de la resolución de E3



El E3 utiliza un lenguaje geométrico para representar los círculos que está considerando para los diferentes valores de radio. No logra escribir la suma de los tres valores de masa que obtiene. En cambio, E2 lo escribe de manera simbólica (Figura 6).

Figura 6. Parte de la resolución de E2



La resolución del estudiante (E1) (Figura 7) muestra un grado de generalización mayor debido a que emplea la notación de sumatoria para expresar que se suman los tres valores de masa. El profesor observa que, si bien se reconoce que la densidad y la masa varían, el área queda constante. Este error es identificado en diversos grupos.

Figura 7. Parte de la resolución de E1

$$\begin{array}{r}
 \sum_{i=0}^3 (10-i^2) \cdot 9\pi \text{ Kg} = (10-1^2) \cdot 9\pi \text{ Kg} = 254,46 \text{ Kg} \\
 (10-2^2) \cdot 9\pi \text{ Kg} = 169,64 \text{ Kg} \\
 (10-3^2) \cdot 9\pi \text{ Kg} = 28,27 \text{ Kg} \\
 \hline
 452,37 \text{ Kg}
 \end{array}$$

El profesor decide presentar la resolución del E1 en el pizarrón y los compañeros pusieron en discusión que estaba considerando siempre el área del círculo de radio 3 m. Este hecho resultó didácticamente significativo porque permitió volver a discutir el CC1 y avanzar en su resolución.

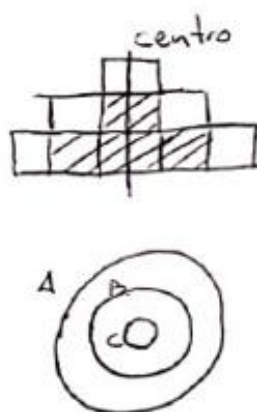
Una vez resuelto este conflicto sobre la variación del área, se discute la superposición de las áreas de los círculos concéntricos que se están considerando de manera implícita. Mediante las intervenciones y orientaciones del profesor, se plantea la discusión sobre: ¿qué relación hay entre las masas que se están calculando?, ¿qué suposiciones se están haciendo sobre la densidad, el área y la masa?, ¿son las mismas suposiciones que se realizaron en la resolución anterior?, ¿el valor que obtuvieron representa la masa total?, etc.

Luego de un cierto tiempo de discusión en relación con los supuestos de la densidad, del área y la masa, un estudiante menciona que se están “repetiendo áreas”. El profesor interviene solicitando que pase al pizarrón a explicar su idea: “Se están superponiendo las áreas al sumar las masas por la forma en que se toma el radio”, “al calcular esta sumatoria, hay masas que se superponen porque la siguiente masa va a incluir a las anteriores, es decir, $C \subset B \subset A$ ” (E1) (Figuras 8 y 9).

Figura 8. Bosquejo en el pizarrón de dos estudiantes explicando la superposición de áreas



Figura 9. Parte de la resolución de E1



Los estudiantes han logrado avanzar al expresar mediante representaciones y explicaciones los conflictos de la resolución. Luego, un estudiante (E4) plantea al docente la posibilidad de considerar anillos (coronas circulares concéntricas) en lugar de círculos para superar el CC2. Esto abre un nuevo espacio para la discusión en el pizarrón (Figura 10).

Figura 10. Parte de la resolución en el pizarrón de E4

$A = \pi \cdot r^2$
 $A_1 = \pi \cdot r^2$
 $A_1 = \pi$
 $A_2 = \pi \cdot (r^2 - ?)$
 $A_2 = 3\pi$
 $A_3 = \pi \cdot (3^2 - 2^2)$
 $A_3 = 5\pi$
 $M = A \cdot d$
 $M_1 = \pi \cdot 9 = 9\pi$
 $M_2 = 3\pi \cdot 6 = 18\pi$
 $M_3 = 5\pi \cdot 9 = 45\pi$
 $72\pi \rightarrow \text{Masa total}$

$d = 10$
 $d_1 = 10 - r^2$
 $d_1 = 9$
 $r = 10 - 2^2$
 $d_2 = 10 - 4 = 6$
 $d_3 = 10 - 3^2 = 1$

Nota. la representación gráfica de la figura fue modificada por el profesor que intervino luego de la explicación de E4, marcando los radios y rayando una corona circular para reforzar la explicación para algunos estudiantes.

Luego de la socialización de la resolución del E4, se genera la discusión sobre los supuestos que están detrás de la resolución y se logra establecer que, si bien no se superponen áreas, se sigue considerando que la densidad es constante en cada uno de los anillos y, por lo tanto, la masa también es constante en cada corona.

5.4. Conflicto cognitivo 3 (CC3)

Luego de varias discusiones, surge de algunos grupos de estudiantes que el resultado obtenido no representa la masa total, sino una aproximación, porque es posible tomar más valores de radio y obtener nuevos valores de masas que también hay que sumar. Este punto es crucial porque se inicia a pensar que el radio puede tomar cualquier valor real comprendido en el intervalo cerrado de 0 a 3 m. De esta manera, se logra superar el CC3 asociado a los infinitos valores que puede tomar el radio.

Se logra establecer, en un diálogo abierto con la clase, que para mejorar la aproximación del valor de la masa total es necesario considerar más anillos. Los estudiantes plantean que, a medida que el ancho del anillo sea cada vez más pequeño, tiende a cero, la cantidad de coronas circulares tiende a infinito. Y para obtener la masa hay que calcular la masa de cada una de las infinitas coronas y sumar todas. Por ejemplo, la E5 escribe expresiones simbólicas que intentan superar este nuevo conflicto cognitivo, asociado a la consideración de las cantidades infinitesimales, cuya situación es el germen para la conceptualización del diferencial radio (Figura 11).

Figura 11. Parte de la resolución de E5

$$A_0 = \pi r_2^2 - \pi r_1^2$$

$$(r_2 - r_1)$$

$$\Delta r \rightarrow 0$$

El profesor retoma la discusión e institucionaliza la notación de los diferenciales porque, hasta el momento, los estudiantes utilizan términos como “cantidades muy pequeñas”, “tiende a cero”, “infinitesimales”, “porción infinitesimal”, “cantidad infinitesimal”, “cada vez más pequeño”, entre otros (similares a los reportados por Tall, 1980). Conceptualiza el diferencial radio (dr) como una cantidad infinitesimal de radio; diferencial área (dA) como una porción infinitesimal de área; y diferencial masa (dM) como una porción infinitesimal de masa. Esta acción es clave debido a la complejidad del proceso para los estudiantes del primer año.

Consciente del significado parcial del diferencial de Leibniz, el profesor establece la expresión de los diferenciales y calcula la masa total acumulada cuando el radio varía de 0 a 3 m mediante la integral definida, vinculada a interpretaciones parciales de la integral estudiadas por Burgos et al. (2021) y Tall (1992).

En la discusión de los conflictos cognitivos, el profesor promueve competencias comunicativas y argumentativas al pedir a los estudiantes que conjeturen, comuniquen y validen ideas con la clase. Además, fomenta el uso de representaciones simbólicas, geométricas y pictográficas para desarrollar competencias matemáticas en los futuros ingenieros.

6. REFLEXIONES FINALES

En este trabajo se busca dar una respuesta a la pregunta: ¿cuál es el nivel de la competencia de un profesor para identificar y resolver los conflictos epistémicos y cognitivos que surgen en las prácticas matemáticas de sus estudiantes de ingeniería frente a una situación problema donde interviene la diferencial de una función?

Según la evidencia presentada, el nivel de competencia del profesor en este estudio de caso es N3, según los niveles definidos en la Sección 2.3. Esta afirmación se justifica porque, antes de la implementación en clase, el profesor realizó un análisis a priori identificando tres de los cuatro conflictos semióticos emergentes. Este análisis previo le permitió gestionar un conflicto no anticipado.

Las intervenciones del profesor se centraron en reconocer con los estudiantes el conflicto cognitivo emergente, buscar nuevas estrategias para enfrentarlo, resolver y superar el conflicto mediante una estrategia más eficiente. Las intervenciones fueron adecuadas a partir de la contrastación de las prácticas esperadas con las efectivamente construidas por los estudiantes, ya que permitieron reconocer y resolver los conflictos, promoviendo la comprensión e interpretación de la diferencial.

Fomentar momentos de discusión dialógica y colaborativa mejora significativamente el aprendizaje de los estudiantes (Trevisan et al., 2023). Por ello, se sugiere que una competencia clave del profesor de matemáticas sea la gestión de los conflictos semióticos, lo que propicia procesos instruccionales efectivos (Font et al., 2024; Gea et al., 2015; Giayetto et al., 2024).

Este tipo de investigaciones aporta información valiosa para promover cambios curriculares que tengan en cuenta los significados desarrollados por los estudiantes y sus necesidades específicas para la práctica profesional futura como ingenieros (Larios et al., 2021).

AGRADECIMIENTOS

Trabajo realizado en el marco de los proyectos PID2021-122326OB-I00 financiado por el Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades del Gobierno de España, 16/Q1706-PI (Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales – Universidad Nacional de Misiones, Argentina), PPI 2024-2026 (Secretaría de Ciencia y Técnica – Universidad Nacional de Río Cuarto, Argentina).

REFERENCIAS

- Artigue, M., Menigoux, J., & Viennot, L. (1990). Some aspects of students' conceptions and difficulties about differentials. *European Journal of Physics*, 11(5), 262–267. <https://doi.org/10.1088/0143-0807/11/5/002>
- Badillo, E. R., Font, V., & Azcárate, C. (2005). *Conflictos semióticos relacionados con el uso de la notación incremental y diferencial en libros de física y de matemática del bachillerato*. En actas del VII Congreso Internacional sobre investigación en la didáctica de las Ciencias: Educación científica para la ciudadanía – Enseñanza de las Ciencias (pp. 1-6). Granada, España. <https://ddd.uab.cat/record/70579>

- Burgos, M., Bueno, S., Pérez, O., & Godino, J. (2021). Onto-semiotic complexity of the definite integral. *Journal of Research in Mathematics Education*, 10(1), 4–40. <https://doi.org/10.17583/redimat.2021.6778>
- Breda, A., Pino-Fan, L., & Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of Teachers: Criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 13(6), 1893–1918. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01207a>
- Cordero-Osorio, F. (1991). Taking a differential element: Its formation and meaning in the didactic discourse of calculus. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 22(6), 869–872. <https://doi.org/10.1080/0020739910220601>
- Dray, T., & Manogue, C. A. (2010). Putting differentials back into calculus. *College Mathematics Journal*, 41(2), 90–100. <https://doi.org/10.4169/074683410X480195>
- Ely, R. (2017). Definite integral registers using infinitesimals. *The Journal of Mathematical Behavior*, 48, 152–167. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.10.002>
- Ely, R. (2021). Teaching calculus with infinitesimals and differentials. *ZDM-Mathematics Education*, 53, 591–604. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01194-2>
- Font, V., Breda, A., Sala-Sebastià, G., & Pino-Fan, L. (2024). Future teachers' reflections on mathematical errors made in their teaching practice. *ZDM-Mathematics Education*, 56, 1169–1181. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01574-y>
- Font, V., & Contreras, Á. (2008). The problem of the particular and its relation to the general in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 69, 33–52. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9123-7>
- Font, V., Godino, J. D., & Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 97–124. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9411-0>
- Gea, M. M., López-Martín, M. M., & Roa, R. (2015). Conflictos semióticos sobre la correlación y regresión en los libros de texto de Bachillerato. *AIEM-Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 29–49. <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i8.113>
- Giayetto, M. E., Markiewicz, M. E., & Etchegaray, S. C. (2024). Significados personales en la formulación y argumentación de conjeturas en estudiantes de la escuela secundaria. *Uniciencia*, 38(1), 1–21. <https://doi.org/10.15359/ru.38-1.1>
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22(2/3), 237–284.
- Godino, J. D. (2024). *Enfoque ontosemiótico en educación matemática. Fundamentos, herramientas y aplicaciones*. McGraw Hill-Aula Magna.
- Godino, J. D., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325–355.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM-Mathematics Education*, 39, 127–135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, 31(57), 90–113. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05>

- Hu, D., & Rebello, N. S. (2013). Understanding student use of differentials in physics integration problems. *Physical Review Special Topics - Physics Education Research*, 9(2), Article 020108. <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.9.020108>
- Jones, S. R. (2015). Areas, anti-derivatives, and adding up pieces: Definite integrals in pure mathematics and applied science contexts. *Journal of Mathematical Behavior*, 38, 9–28. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.01.001>
- Larios, V., Páez, R. E., & Moreno, H. (2021). Significados sobre la derivada evidenciados por alumnos de carreras de Ingeniería en una universidad mexicana. *AIEM-Avances de Investigación en Educación Matemática*, 20, 105–124. <https://doi.org/10.35763/aiem20.4002>
- López-Gay, R., Sáez, J. M., & Torregrosa, J. M. (2015). Obstacles to mathematization in physics: The case of the differential. *Science & Education*, 24(5/6), 591–613. <https://doi.org/10.1007/s11191-015-9757-7>
- Malaspina, U., & Font, V. (2010). The role of intuition in the solving of optimization problems. *Educational Studies in Mathematics*, 75, 107–130. <https://doi.org/10.1007/s10649-010-9243-8>
- Martínez-Torregrosa, J., López-Gay, R., Gras-Martí, A., & Torregrosa-Gironés, G. (2002). La diferencial no es un incremento infinitesimal. Evolución del concepto de diferencial y su clarificación en la enseñanza de la física. *Enseñanza de las Ciencias*, 20(2), 271–283. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3970>
- McMillan, J., & Schumacher, S. (2001). *Investigación cualitativa*. Addison.
- Nilsen, H. K., & Knutsen, K. H. (2023). First-year engineering students' interpretations of differentials and definite integrals. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 9, 173–200. <https://doi.org/10.1007/s40753-022-00208-6>
- Oldenburg, R. (2016). Differentiale als prognosen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 37, 55–82. <https://doi.org/10.1007/s13138-016-0096-2>
- Orton, A. (1983). Students' understanding of differentiation. *Educational Studies in Mathematics*, 14, 235–250. <https://doi.org/10.1007/BF00410540>
- Pino-Fan, L. R., Castro, W. F., & Font, V. (2023). A macro tool to characterize and develop key competencies for the mathematics teacher' practice. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 21, 1407–1432. <https://doi.org/10.1007/s10763-022-10301-6>
- Pulido, R. (2010). La enseñanza de los diferenciales en las escuelas de ingeniería desde un enfoque socioepistemológico. *RELIME. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13(4-I), 85–97.
- Salinas, P., Alanis, J. A., Pulido, R., Santos, F., Escobedo, J. C., & Garza, J. L. (2012). *Cálculo aplicado: Competencias matemáticas a través de contextos* (Tomo 2). Cengage Learning Editores SA de CV.
- Tall, D. O. (1980). *Intuitive infinitesimals in the calculus* [Poster]. Fourth International Congress on Mathematical Education, Berkeley, Estados Unidos. <http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot1980c-intuitive-infls.pdf>
- Tall, D. O. (1992). *Students' difficulties in calculus*. En Proceedings of Working Group 3 on Students difficulties in calculus, ICME-7 (pp. 13–28). Québec, Canada, <https://scispace.com/pdf/students-difficulties-in-calculus-plenary-presentation-in-5f6b615gby.pdf>

- Trevisan, A. L., de Oliveira Araman, E. M., & de Lurdes Serrazina, M. (2023). El desarrollo del razonamiento matemático de los estudiantes en los cursos de Cálculo. *AIEM-Avances de Investigación en Educación Matemática*, 24, 39–56. <https://doi.org/10.35763/aiem24.4326>
- Valdivé, C., & Garbin, S. (2008). Estudio de los esquemas conceptuales epistemológicos asociados a la evolución histórica de la noción de infinitesimal. *RELIME. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11(3), 413–450.
- Verón, M. A., & Giacomone, B. (2021). Análise dos significados do conceito de diferencial de uma perspectiva ontosemiótica. *Revemop*, 3, e202109. <https://doi.org/10.33532/revemop.e202109>
- Verón, M. A., & Giacomone, B. (2023). Idoneidad didáctica de un libro de texto para el estudio del diferencial. En S. Caviedes, J. G. Lugo-Armenta, L. R. Pino-Fan, & A. Sánchez (Eds.), *Actas del Primer Congreso Internacional de Didáctica de la Matemática* (pp. 341–350). Universidad de Los Lagos. <https://cididmat.ulagos.cl/>
- Verón, M., Giacomone, B., & Pino-Fan, L. (2024). Guía de valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de la diferencial. *Uniciencia*, 38(1), 1–22. <https://doi.org/10.15359/ru.38-1.2>
- Von Korff, J., & Rebello, N. S. (2014). Distinguishing between change and amount infinitesimals in first-semester calculus-based physics. *American Journal of Physics*, 82(7), 695–705. <https://doi.org/10.1119/1.4875175>

∞

Manuel Alejandro Verón

Universidad de Barcelona (España)

averon@ub.edu | <https://orcid.org/0000-0002-3160-1031>

Contribución: conceptualización, metodología, investigación, curación de datos, análisis formal, visualización, redacción – borrador original, redacción – revisión y edición.

Belén Giacomone

Universidad de la República de San Marino (San Marino)

belen.giacomone@unirms.sm | <https://orcid.org/0000-0001-6752-2362>

Contribución: conceptualización, metodología, investigación, análisis formal, visualización, redacción – revisión y edición.

Silvia Etchegaray

Universidad Nacional de Río Cuarto (Argentina)

setchegaray@exa.unrc.edu.ar | <https://orcid.org/0000-0001-5470-5629>

Contribución: análisis formal, validación, redacción – revisión y edición.

Recibido: 6 de junio de 2024

Aceptado: 18 de diciembre de 2024

Teacher Competence in Managing Semiotic Conflicts in Mathematical Problem Solving

Manuel Alejandro Verón @ ¹, Belén Giacomone @ ²,
Silvia Etchegaray @ ³

¹ Universidad de Barcelona (España)

² Universidad de la República de San Marino (San Marino)

³ Universidad Nacional de Río Cuarto (Argentina)

Identifying and managing the difficulties that students encounter during mathematical activity constitutes a key component of teachers' professional competence. From the Onto-semiotic Approach (OSA), these difficulties can be conceptualized as semiotic conflicts, understood as mismatches between the meanings attributed by students to mathematical objects, representations, and practices, and the institutional meanings promoted in teaching. However, several studies indicate that mathematics teachers often lack systematic tools to analyze such conflicts and to use this analysis to inform their teaching interventions.

The aim of this study is to assess the didactic-mathematical competence of a teacher-researcher in identifying and managing semiotic conflicts that emerge in Chemical Engineering students when they are faced with a problem situation involving the differential of a function of one variable. The study was conducted in an Analysis I course with 70 first-year engineering students. A qualitative methodology was employed, focusing on the analysis of a mathematical problem, students' written productions, and the teacher's interventions with the whole class.

The analysis is based on the Didactic-Mathematical Knowledge and Competence (DMKC) model of the teacher, developed within the framework of the OSA, in order to characterize the appropriateness of the teacher's decisions and interventions. First, through an a priori onto-semiotic analysis of the problem, potential semiotic conflicts associated with partial meanings of the differential are anticipated. Subsequently, four semiotic conflicts effectively manifested by students during classroom implementation are identified. These conflicts are related to the overlap of areas, partitioning, and the density of real numbers—concepts closely linked to the notions of infinitesimal quantity and infinitesimal increment, which constitute the basis for the conceptualization of the differential.

The results show that the teacher is able to identify these conflicts and manage their resolution through interventions aimed at fostering students' awareness of the conflict and the development of strategies to overcome it. These interventions, grounded in collective discussions and in the articulation of partial meanings of the differential, provide evidence of an advanced level of competence in the management of didactic configurations. Finally, the relevance of preliminary task analysis is highlighted as a fundamental tool for supporting well-founded teaching interventions and for promoting teaching and learning processes in differential and integral calculus with greater didactic suitability.