



## Conocimiento Didáctico-Matemático de Futuras Maestras de Educación Infantil: El Caso de la Probabilidad

*Didactic-Mathematical Knowledge of Prospective Early Childhood Education Teachers: The Case of Probability*

Claudia Vásquez @ <sup>1</sup>, Carmen Batanero @ <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Pontificia Universidad Católica de Chile (Chile)

<sup>2</sup> Universidad de Granada (España)

**Resumen** ∞ En este estudio se analiza el conocimiento didáctico-matemático para la enseñanza de la probabilidad de 32 futuras maestras chilenas de educación infantil. Se realiza un estudio exploratorio-descriptivo con enfoque metodológico mixto, analizando las prácticas matemáticas incluidas en las respuestas al cuestionario CDM-Probabilidad Infantil. Lo anterior ha permitido estudiar las distintas facetas que involucra este tipo de conocimiento. Los resultados muestran un conocimiento didáctico-matemático insuficiente, aunque más completo para el conocimiento común del contenido. Se concluye que es necesario fortalecer en los programas de formación del profesorado de educación infantil las oportunidades para adquirir y profundizar en el conocimiento didáctico-matemático asociado a la probabilidad.

**Palabras clave** ∞ Conocimiento didáctico-matemático; Educación infantil; Formación de profesores; Probabilidad

**Abstract** ∞ This study analyses the didactic-mathematical knowledge for probability of 32 Chilean prospective early childhood education teachers. An exploratory-descriptive study was carried out with mixed methodological approach, which analyses the mathematical practices from the answers to the CDM-Childhood Probability questionnaire. This analysis allowed us to study the different facets involved in this type of knowledge. The results show insufficient didactic-mathematical knowledge, although more complete in the case of common content knowledge. The conclusion is the need to strengthen the opportunities for acquiring and deepening the didactic-mathematical knowledge associated with probability in the training programs for early childhood education teachers.

**Keywords** ∞ Didactic-mathematical knowledge; Early childhood education; Probability; Teacher education

Vásquez, C., & Batanero, C. (2026). Conocimiento didáctico-matemático de futuras maestras de educación infantil: el caso de la probabilidad. *AIEM-Avances de Investigación en Educación Matemática*, 29, 133-158. <https://doi.org/10.35763/aiem29.7027>

## 1. INTRODUCCIÓN

Asistimos a un interés creciente por introducir ideas sobre el azar, la incertidumbre y la probabilidad en la educación infantil, debido a la importancia del tema en la sociedad actual y a que las experiencias informales preparan para un posterior aprendizaje (Alsina, 2017; Alsina et al., 2021; Beltrán-Pellicer, 2017; Vásquez y Alsina, 2019a). Las situaciones de incertidumbre nos rodean diariamente y una escasa preparación lleva a interpretarlas inadecuadamente, debido a intuiciones erróneas (Fischbein, 1975). Por ello, es fundamental que la enseñanza de la probabilidad comience lo antes posible para promover el desarrollo de la alfabetización probabilística (Alsina y Vásquez, 2016). Otra razón para esta introducción temprana es que las investigaciones recientes muestran que desde pequeños los niños pueden diferenciar fenómenos aleatorios y deterministas, iniciarse en el lenguaje probabilístico y graduar cualitativamente probabilidades de sucesos simples (Batanero et al., 2021; Nikiforidou, 2018; Vásquez y Alsina, 2019a).

Todo ello hace que países como Chile o Estados Unidos consideren en la educación infantil el desarrollo progresivo de un conocimiento informal e intuitivo de estadística y probabilidad (Vásquez y Cabrera, 2022). Esta introducción se realiza gradualmente, con material manipulativo y tareas ajustadas a la edad e intereses del niño (Nikiforidou, 2018).

Una introducción eficaz de la probabilidad en educación infantil requiere una preparación adecuada y supone un reto para el profesorado, que debe basarse en “el vocabulario en desarrollo de los niños, para introducir y resaltar nociones de probabilidad” (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2003, p. 54). Pero, hasta el momento, existe poca presencia de la estadística y la probabilidad en la formación inicial del profesorado en Chile o España. En Chile, el Ministerio de Educación (MINEDUC, 2012) señala que las Futuras Maestras de Educación Infantil (FMI), al finalizar su formación, deben poseer conocimientos disciplinarios y didácticos que muestren su comprensión de los conceptos fundamentales para favorecer la iniciación a las matemáticas desde edades tempranas. Entre ellos, se incluyen nociones que son esenciales para que el profesorado de este nivel educativo desarrolle su sentido probabilístico y lo promueva adecuadamente en sus estudiantes, como “estadística descriptiva, conceptos básicos de probabilidades y sistemas de representación de información cuantificable” (p. 54).

Por otro lado, aunque la investigación sobre formación de profesores en matemática es amplia, son pocos los trabajos centrados en probabilidad con profesores de educación infantil (Franco y Alsina, 2022). Para paliar esta falta de información, el objetivo de este trabajo es presentar un estudio exploratorio que busca analizar el conocimiento didáctico-matemático para la enseñanza de la probabilidad en una muestra de futuras maestras chilenas de educación infantil. Con ello se espera aportar respecto a los conocimientos que dicho profesorado necesita adquirir para una enseñanza eficaz de la probabilidad en las primeras edades.

## 2. ANTECEDENTES

La investigación sobre el conocimiento del profesorado para enseñar probabilidad se ha centrado mayoritariamente en educación primaria. Algunas de estas investigaciones muestran un conocimiento matemático suficiente de la probabilidad, en los profesores de educación primaria en formación, por ejemplo, en la comparación de probabilidades (Burgos et al., 2022; López-Martín et al., 2023) o la comprensión del significado clásico de la probabilidad (Gómez, 2014). Pero otras observan carencias en la comprensión del muestreo con o sin reposición (Gea y Fernández, 2018) y significado subjetivo de la probabilidad (Gómez, 2014).

Gómez (2014) también encontró profesores en formación que muestran diversos sesgos, como el de equiprobabilidad y la recencia positiva y negativa. El sesgo de equiprobabilidad (Lecoutre, 1992) consiste en considerar equiprobables todos los resultados de cualquier experimento aleatorio. La recencia positiva y negativa fueron descritas por Kahneman y Tversky (1973). La primera consiste en suponer que, tras una racha de varios resultados repetidos del mismo suceso, continuará la serie de resultados, mientras que la segunda implica pensar que aumenta la probabilidad del suceso contrario.

En relación con el conocimiento didáctico, Gómez (2014) y Vásquez y Alsina (2015a, 2019b) indican la dificultad de los profesores en formación para identificar los objetos matemáticos requeridos en la resolución de tareas de probabilidad.

Por otro lado, se describen dificultades al evaluar las respuestas correctas o incorrectas de estudiantes o al dar las razones de dichas respuestas (Burgos et al., 2022; Gea y Fernández, 2018; Gómez, 2014; Vásquez y Alsina, 2015a, 2019b). Las investigaciones citadas también muestran limitaciones por parte del profesorado para elaborar propuestas didácticas que permitan ayudar a los alumnos a superar sus dificultades (Burgos et al., 2022; López-Martín et al., 2023; Vásquez y Alsina 2015a, 2019b).

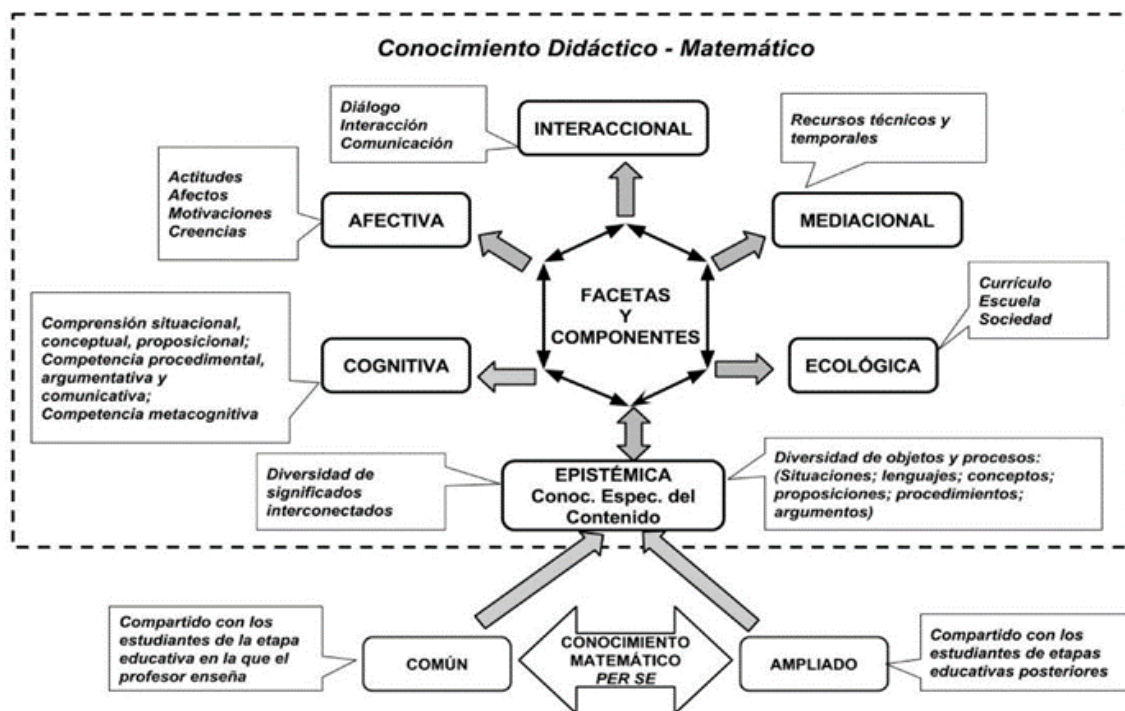
En definitiva, la investigación previa se ha centrado en el profesorado de educación primaria, lo que justifica el interés de nuestro trabajo, en el que, además, se plantean tareas más sencillas, propias de la educación infantil. En lo que sigue, se describe la perspectiva teórica, método y resultados, finalizando con algunas conclusiones.

## 3. PERSPECTIVA TEÓRICA

La investigación sobre el conocimiento y la formación del profesor de matemáticas ha crecido notablemente desde los planteamientos de Shulman (1987), generando diferentes modelos teóricos para describir los conocimientos del profesor, como el *Mathematical Knowledge for Teaching* (Ball et al., 2008); el *Conocimiento Didáctico-Matemático* (CDM) (Godino et al., 2017; Pino-Fan et al., 2015); o el *Mathematical Teacher's Specialized Knowledge* (Carrillo et al., 2018).

El modelo CDM, fundamentado en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (Godino, 2024; Godino et al., 2007, 2019), se representa esquemáticamente en la Figura 1.

Figura 1. Modelo del conocimiento didáctico-matemático



Nota. Reproducción de Godino et al. (2017, p. 96)

Como se observa en la figura, se asume que el profesor necesita *conocimiento matemático común del contenido* (CMC), que es compartido con sus estudiantes; en nuestro caso, se requiere que el profesor domine los contenidos de probabilidad propios de la educación infantil y primeros cursos de educación primaria tales como: ideas intuitivas de aleatoriedad y probabilidad, vocabulario probabilístico elemental para graduar probabilidades, y razonamiento combinatorio elemental para determinar el espacio muestral de experimentos sencillos.

Además, precisa de un *conocimiento ampliado del contenido* (CAC), más amplio que el anterior, que permite articular su enseñanza con la que tendrán sus estudiantes en niveles educativos superiores, por lo que incluiría el conocimiento probabilístico de la educación primaria y media, incluyendo las definiciones de clásica, frecuencial y subjetiva de la probabilidad, el cálculo de probabilidades en experimentos simples y compuestos, dependencia e independencia, variable aleatoria, su distribución y parámetros.

El profesor necesita también conocimiento didáctico-matemático (especializado), que en el modelo CDM se describe mediante seis facetas representadas en la Figura 1, que en nuestra investigación incluyen lo siguiente:

- La *faceta epistémica*, o conocimiento matemático específico, que permite al profesor proponer y resolver por varios métodos tareas probabilísticas, conocer los diferentes significados de la probabilidad e identificar el conocimiento que se utiliza al resolver una tarea probabilística sencilla (Scheiner et al., 2019).

- La *faceta ecológica*, que incluye los conocimientos sobre el contenido de probabilidad a lo largo del currículo de matemáticas, sus relaciones con otras materias, como ciencias sociales o biología, y con aspectos sociales, políticos y económicos. Por ejemplo, entender el papel de la probabilidad en contextos legales, médicos o económicos.
- La *faceta cognitiva*, que incluye el conocimiento sobre las formas de razonar y aprender de los estudiantes sobre el tema; por ejemplo, la existencia de sesgos de razonamiento o el uso de estrategias aditivas por parte de los niños en problemas de comparación de probabilidades. Permite al profesor predecir las posibles soluciones a las tareas matemáticas y los errores, dificultades y concepciones erróneas de sus estudiantes.
- La *faceta afectiva*, que incluye los conocimientos necesarios para comprender los sentimientos, actitudes y motivaciones de los estudiantes frente al tema, por ejemplo, el rechazo o el miedo a no saber resolver una tarea o la ilusión de poder controlar un resultado aleatorio.
- La *faceta mediacional*, que aborda los conocimientos de los recursos didácticos y medios para la enseñanza de cada contenido, incluyendo los libros de texto, los materiales manipulativos generadores de azar (dados, ruletas, urnas, etc.) y el software disponible.
- La *faceta interaccional*, que involucra los conocimientos necesarios para prever, implementar y evaluar interacciones entre los propios estudiantes, y entre estos y el profesor, con objeto de promover el aprendizaje.

En lo que sigue, se detalla la metodología y el instrumento utilizado para evaluar en las FMI algunos de los componentes descritos del modelo CDM, así como los resultados obtenidos de la evaluación.

#### 4. METODOLOGÍA

Este estudio es de tipo exploratorio-descriptivo, siguiendo un enfoque metodológico mixto (Bisquerra, 2019), y considera el análisis de variables tanto cuantitativas (“grado de corrección” de las respuestas) como cualitativas (argumentos, justificaciones, errores y dificultades en las respuestas).

##### 4.1. Contexto y participantes

La muestra participante es no probabilística y está compuesta por 32 FMI de una universidad de Chile, con edades entre 19 y 27 años, que cursaban su segundo año formativo. Todas ellas habían cursado con anterioridad una asignatura sobre enseñanza de la matemática en educación infantil. Dicha asignatura tiene un enfoque disciplinar y didáctico en el que, junto con otros bloques de contenido, se incluyen conceptos básicos y aspectos didácticos asociados a la enseñanza de probabilidad en las primeras edades.

La recolección de datos se realizó mediante el cuestionario CDM-Probabilidad Infantil (3 a 6 años), construido para esta investigación y previamente validado mediante juicio de expertos. Dicho cuestionario fue contestado individualmente por las FMI en las mismas condiciones y de manera voluntaria, tras la firma del

consentimiento informado. Se dispuso de un tiempo de 120 minutos para completarlo.

#### 4.2. Instrumento para la recolección de datos

El cuestionario se diseñó con la finalidad de recoger una muestra representativa de los componentes del modelo CDM en relación con la enseñanza de la probabilidad en las primeras edades. Se encuentra compuesto por cuatro tareas de probabilidad, con un total de 19 preguntas abiertas (ítems) que contienen consignas orientadas a evaluar aspectos parciales de las componentes del modelo CDM. A través de las tareas se pretende situar a las FMI en escenarios hipotéticos de aula, considerando para ello la diversidad de conocimientos que se ponen en juego en la enseñanza de la probabilidad en el aula de infantil.

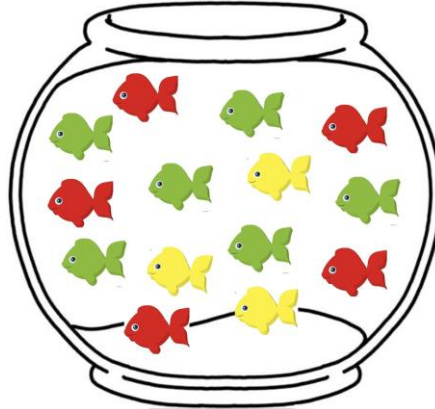
Para su diseño, se consideró la revisión de la literatura sobre la enseñanza de la probabilidad en las primeras edades, el tratamiento otorgado a la probabilidad en orientaciones curriculares (Vásquez y Cabrera, 2022) y el análisis de las tareas de probabilidad presentes en libros de texto de educación infantil (Vásquez et al., 2020). Asimismo, se tuvo en cuenta el contenido de probabilidad presente en el plan formativo de las FMI participantes. Cabe señalar que las diferentes tareas han sido tomadas y reformuladas de instrumentos validados en investigaciones anteriores o de textos de reconocido prestigio.

La tarea 1 (Figura 2) se ha elaborado a partir del estudio de Vásquez y Alsina (2019a). En el ítem 1a, se pide el suceso más probable entre tres posibles en el experimento, consistente en extraer al azar un pez coloreado de una pecera con peces de tres colores. Para responder, se deben diferenciar un experimento aleatorio de otro determinista, identificar los casos favorables y desfavorables, contar su número, comprender que la probabilidad depende del número de casos favorables y dar una valoración cualitativa de la probabilidad.

**Figura 2.** Tarea 1: cuestionario CDM-probabilidad infantil

La profesora Constanza presenta el siguiente problema a sus estudiantes de kínder:

*Se dispone de una pecera con 14 peces de igual forma y tamaño distribuidos como muestra la figura (5 rojos, 6 verdes y 3 amarillos). Si quiero sacar un pez con los ojos cerrados (sin mirar la pecera), ¿qué pez tiene más posibilidades de salir? ¿Por qué?*



Algunos estudiantes dan las siguientes respuestas:

**Tomás:** Es más fácil que salga un pez de color verde porque son más.

**Andrea:** Va a salir uno amarillo porque es más difícil, son solo tres.

**Carolina:** Puede salir cualquiera, depende de la suerte.

**Responda:**

- ¿Cuál estudiante ha dado con la respuesta correcta?, ¿por qué?
- ¿Qué conceptos probabilísticos deben usar los alumnos para dar una solución correcta al problema planteado? Explique.
- ¿Con qué objetivo de aprendizaje de las actuales bases curriculares puede relacionar el problema planteado?
- Describe las posibles dificultades, presentes en las respuestas incorrectas que han llevado a los estudiantes a responder de manera incorrecta. ¿Identificas alguna otra dificultad?
- ¿Qué estrategia utilizarías para que aquellos estudiantes que han dado una respuesta errónea se den cuenta de su error y lo superen? Explique.

La Tarea 2 (Figura 3) se fundamenta en actividades propuestas por Godino et al. (1987) y Vásquez y Alsina (2015b). En el ítem 2a, se deben comparar las posibilidades de obtener un dulce de color rojo en dos cajas con el mismo número de casos favorables y diferente número de casos desfavorables. Para responder, se debe diferenciar un experimento aleatorio de otro determinista, identificar los casos favorables y desfavorables, contar su número en cada experimento, comprender que la probabilidad es mayor si, teniendo el mismo número de casos favorables, el número de casos desfavorables es menor y, finalmente, elegir la urna con menos casos desfavorables.

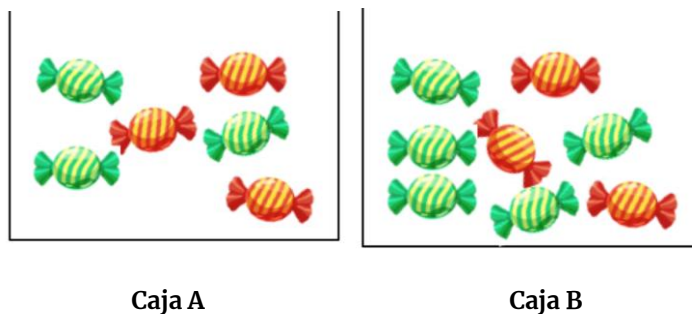
**Figura 3.** Tarea 2: cuestionario CDM-probabilidad infantil

---

La profesora Camila presenta el siguiente juego a sus estudiantes de kínder:

*Deben sacar un dulce con los ojos cerrados de una de las cajas que se muestran a continuación. Gana quien saca un dulce de color rojo.*

*¿De qué caja es preferible realizar la extracción? ¿Por qué?*



---

**Responda:**

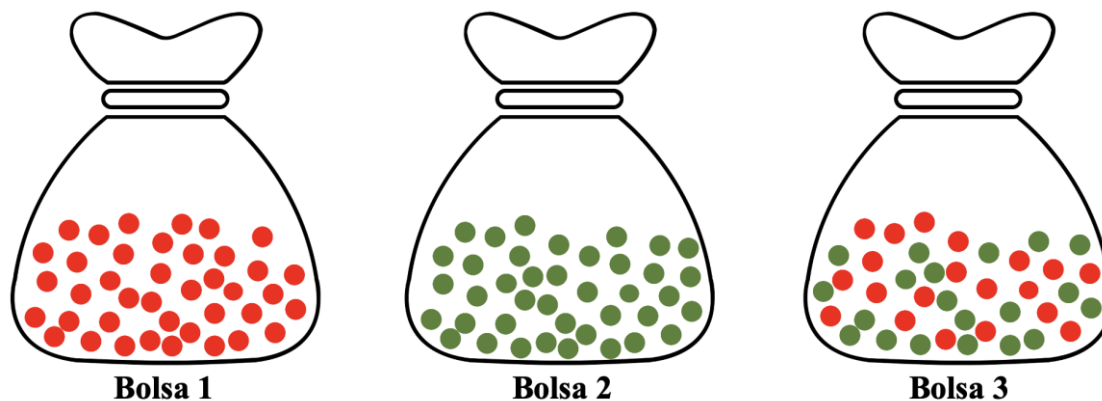
- Resuelva el problema.
  - ¿Qué conceptos probabilísticos deben usar los estudiantes para dar una solución correcta al problema planteado? Explique.
  - ¿Con qué objetivo de aprendizaje de las actuales bases curriculares puede relacionar el problema planteado?
  - Describa las posibles dificultades a las cuales podrían verse enfrentados los estudiantes para resolver de manera correcta el problema.
  - ¿Qué estrategias utilizarías para ayudar a aquellos estudiantes que no han sabido resolver el problema? Explique.
- 

La Tarea 3 (Figura 4) se basa en otra de Canals (2009). En los ítems 3a y 3b, se presentan tres bolsas y se pide elegir entre ellas en cuál ha sido posible un resultado. La composición de las bolsas aborda el lenguaje probabilístico a través de sucesos seguro, imposible y posible. Para responder, se debe diferenciar un experimento aleatorio de otro determinista, identificar los casos favorables y desfavorables, observar que en una bolsa es imposible el resultado dado y que puede darse en cualquiera de las otras dos.

**Figura 4.** Tarea 3: cuestionario CDM-probabilidad infantil

La profesora Camila presenta el siguiente problema a sus estudiantes de kínder:

Tenemos tres bolsas transparentes (figura): una con dulces con sabor a fresa (color rojo), otra con dulces sabor a menta (color verde) y la tercera, con dulces de los dos sabores mezclados. En las tres bolsas hay la misma cantidad de dulces.



He cogido dos dulces sin mirar y me han salido dos dulces de sabor a fresa, ¿de qué bolsa los he sacado?

Algunos de los estudiantes de la profesora Camila han dado las siguientes respuestas:

**Andrés:** Seguro que las ha sacado de la bolsa de dulces de fresa porque ahí hay solo de fresa.

**Lucía:** Puede que las sacara de la bolsa que tiene de dos sabores, porque pueden salir justo dos del mismo sabor.

**Ana:** Lo único que sé es que no pudo ser de la bolsa con dulces sabor a menta.

**Responda:**

- Resuelva el problema presentado por la profesora Camila
- ¿Cuál o cuáles de los alumnos ha dado con la respuesta correcta?, ¿por qué?
- ¿Qué conceptos probabilísticos deben usar los alumnos para dar una solución correcta al problema planteado? Explique.
- ¿Con qué conceptos más avanzados del currículo escolar relaciona el contenido involucrado en la resolución de este problema?
- Describa las posibles dificultades a las cuales podrían verse enfrentados los alumnos para resolver de manera correcta el problema.

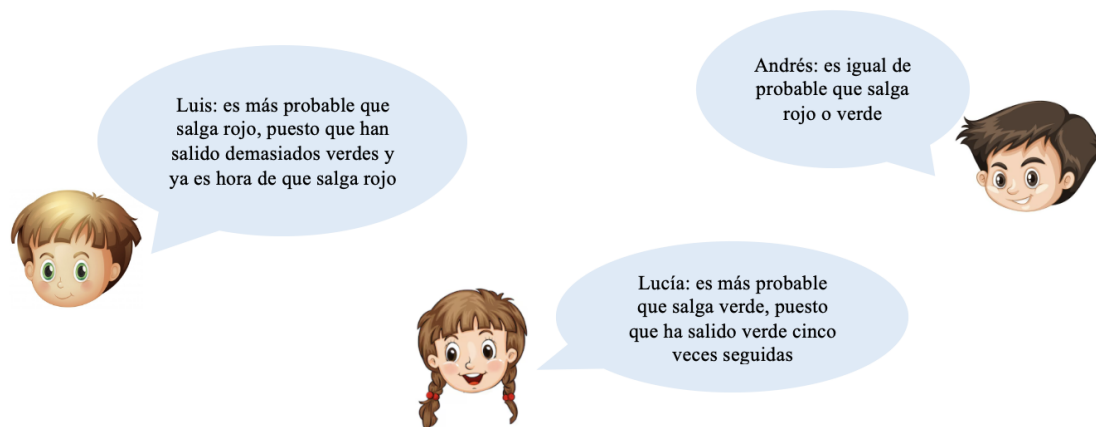
Por último, la Tarea 4 (Figura 5) fue adaptada de Vásquez y Alsina (2015b). En el ítem 4a, se pregunta por el resultado más probable al lanzar una moneda, sabiendo el resultado de ocho lanzamientos anteriores. Se evalúa la comprensión de la independencia de ensayos repetidos y los sesgos de recencia positiva y tendencia negativa. En concreto, se pide a las FMI identificar cuál o cuáles de los alumnos ha dado con la respuesta correcta y argumentar.

**Figura 5.** Tarea 4: cuestionario CDM-probabilidad infantil

La profesora Catalina presenta el siguiente problema a sus alumnos de Kínder:

*Una persona lanza 8 veces la misma moneda (que tiene una cara pintada de color rojo y otra pintada de color verde), obteniendo en orden los siguientes resultados: rojo, verde, rojo, verde, verde, verde, verde, verde. Si lanza la moneda por novena vez, ¿qué es más probable que pase?*

Algunos de los alumnos de la profesora Catalina dan las siguientes respuestas:



**Responda:**

- ¿Cuál o cuáles de los alumnos ha dado con la respuesta correcta? ¿Por qué?
- ¿Qué conceptos probabilísticos deben usar los alumnos para dar una solución correcta al problema planteado? Explique.
- Describa las posibles dificultades a las cuales podrían verse enfrentados los alumnos para resolver de manera correcta el problema.
- ¿Qué estrategia utilizarías para que aquellos estudiantes que han dado una respuesta errónea se den cuenta de su error y lo superen? Explique.

Como resumen, se obtiene un conjunto de conocimientos probabilísticos que constituyen el significado de referencia a evaluar, que se espera movilizar a través de las tareas del cuestionario CDM-Probabilidad Infantil (3 a 6 años) (Tabla 1).

**Tabla 1.** Conocimientos probabilísticos abarcados en el cuestionario

Conocimiento probabilístico	Tarea			
	1	2	3	4
Experimento aleatorio	x	x	x	x
Suceso	x	x	x	x
Casos favorables, desfavorables	x	x		
La probabilidad es mayor si es mayor el número de casos favorables	x			
La probabilidad es mayor si es menor el número de casos desfavorables cuando el número de casos favorables es igual		x		
Contar el número de casos favorables y desfavorables	x	x		
Valoración cualitativa de probabilidades	x	x	x	x

Conocimiento probabilístico	Tarea			
	1	2	3	4
Suceso seguro, imposible y posible			x	
Elección entre dos urnas de la que tiene más probabilidad		x		
Descartar la bolsa en la que un suceso es imposible			x	
Predecir el resultado más probable, conocidos los anteriores				x
Independencia de ensayos				x
Recencia positiva y negativa				x

Las facetas del conocimiento didáctico-matemático se abarcan en el resto de los ítems, tal como se muestra en la Tabla 2.

**Tabla 2.** Conocimientos y facetas evaluadas

Ítem	Facetas del conocimiento didáctico-matemático					
	CMC	CAC	Epistémica	Ecológica	Afectiva y cognitiva	Mediacional e interaccional
1a	x					
1b			x			
1c				x		
1d					x	
1e						x
2a	x					
2b			x			
2c				x		
2d					x	
2e						x
3a	x					
3b	x					
3c			x			
3d		x				
3e					x	
4a	x					
4b			x			
4c					x	
4d						x

Nota: CAC = conocimiento ampliado del contenido, CMC = conocimiento matemático común del contenido

Por tanto, se obtiene una muestra representativa de tareas que cubren los componentes del modelo CDM en relación con la enseñanza de la probabilidad en las primeras edades.

### 4.3. Procedimiento de análisis de datos

Se examinaron las respuestas y argumentos obtenidos, con un análisis cuantitativo y cualitativo. El análisis cuantitativo consideró el “grado de corrección”, asignando, según una rúbrica de evaluación, los valores: “2” si la respuesta es correcta, “1” si es parcialmente correcta, y “0” si es incorrecta o no responde. Para el análisis cualitativo, se categorizaron las respuestas mediante el análisis de contenido (Krippendorff, 2013).

## 5. RESULTADOS

A continuación, se presentan resultados de este estudio en tres secciones: las puntuaciones totales del cuestionario, las puntuaciones según categorías del conocimiento y las facetas del conocimiento didáctico-matemático.

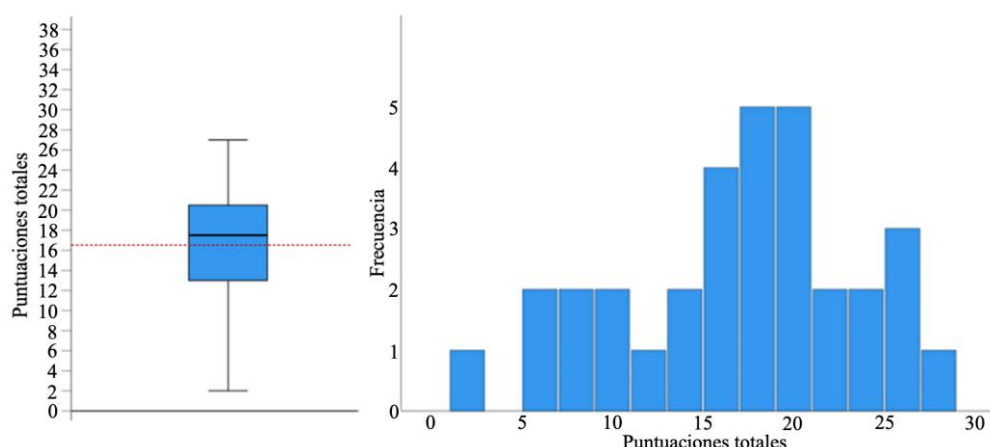
### 5.1. Puntuación total del cuestionario

La puntuación total del cuestionario es la suma de las puntuaciones según “grado de corrección” de las respuestas en cada ítem y teóricamente se espera una puntuación entre 0 y 38 puntos, con una media de 19 puntos. En la Tabla 3 y Figura 6, se muestran los resúmenes estadísticos y la distribución de las puntuaciones totales.

**Tabla 3.** Resúmenes estadísticos de las puntuaciones totales

	Teórico	Observado
Media	19	16,4
Desviación típica	-	6,6
Rango	38	25
Mediana	19	17,5
Mínimo	0	2
Máximo	38	27

**Figura 6.** Distribución de puntuaciones totales y puntuación media

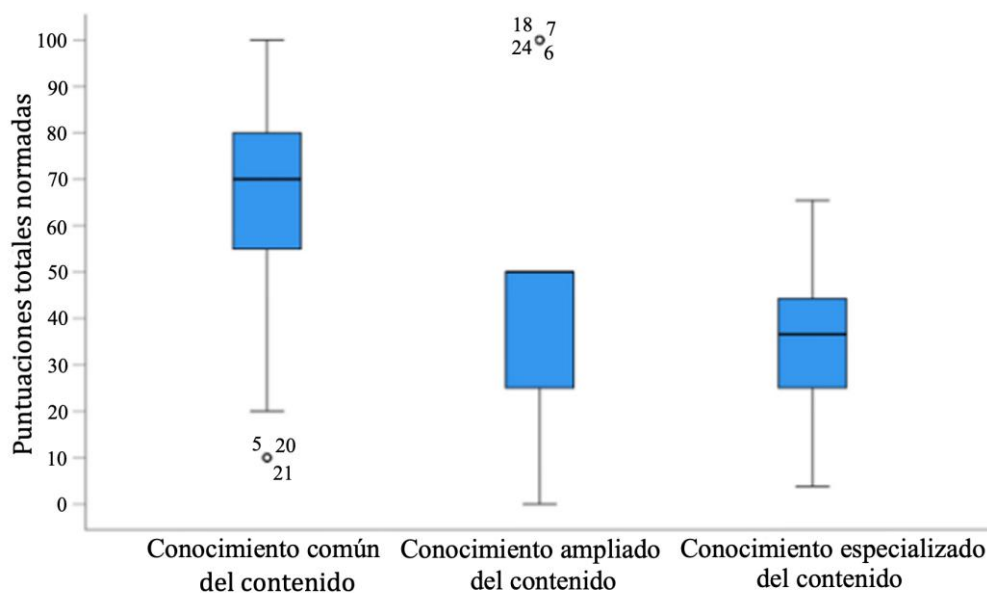


Como se observa, todos los participantes realizaron algún ítem y ninguno alcanzó la puntuación máxima y la puntuación media fue de 16,4 puntos (inferior a la teórica). La distribución de las puntuaciones totales es asimétrica, con ligera concentración en la parte superior del diagrama de caja, cercana al tercer cuartil. Por tanto, hay más FMI con puntuaciones altas que con puntuaciones bajas. No obstante, no logran superar el 71 % de acierto en el cuestionario, incluyendo las respuestas parcialmente correctas.

## 5.2. Puntuaciones según categorías del conocimiento

Para comparar los resultados entre las categorías del conocimiento para la enseñanza de la probabilidad (Figura 7), se han recodificado las puntuaciones de acuerdo con una escala normada de 0 (ninguna respuesta correcta en esa categoría) a 100 (todas las respuestas correctas), pues el número de ítems en cada categoría difiere.

**Figura 7.** Distribución de puntuaciones normadas según categorías del conocimiento



En general, las FMI muestran un mejor desempeño en el CMC, cuyas puntuaciones normalizadas son más altas que las restantes, resultado que coincide con el obtenido por Gómez (2014) con futuros profesores de educación primaria y por Vásquez y Alsina (2015b) con profesorado de primaria en activo. El CAC obtuvo la puntuación más baja. En las tres categorías del conocimiento, las medianas se encuentran próximas al tercer cuartil, indicando que las puntuaciones se concentran mayoritariamente en la zona superior del diagrama de caja.

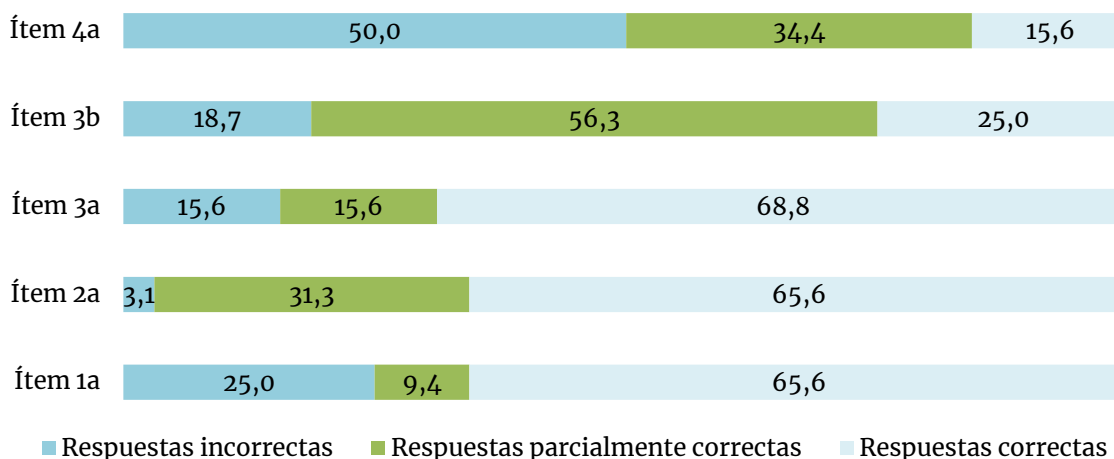
## 5.3. Análisis según categorías del conocimiento

En lo que sigue se analizan de manera extendida las respuestas otorgadas por las FMI.

### 5.3.1. Conocimiento común del contenido

En la Figura 8 se presentan los porcentajes de respuestas según grado de corrección en los ítems que cubren el CMC (Tabla 1), observándose un porcentaje de respuestas correctas entre el 15,6 % y el 68,8 %, con media 48 %.

**Figura 8.** Porcentaje de respuestas en ítems sobre CMC según grado de corrección



Los ítems más sencillos fueron 1a, 2a y 3a. Un 65,5 % de las FMI respondieron correctamente el ítem 1a (hay más posibilidades de extraer un pez color verde), argumentando correctamente (mayor número o mayor proporción de casos favorables). Mientras que un 9,4 % únicamente identifica al estudiante que ha dado con la respuesta sin justificarla. Las respuestas incorrectas (25 %) mayoritariamente argumentan que la extracción depende del factor suerte, respuesta que puede esconder el sesgo de equiprobabilidad (Lecoutre, 1992), también encontrado por Gómez (2014) con futuros profesores de primaria.

En el ítem 2a, un 65,6 % de las FMI responde correctamente que es preferible realizar la extracción desde la caja A, comparando los dulces color verde, pues la cantidad de dulces de color rojo es la misma en ambas cajas. Un 31,3 % solo indica que se debe realizar la extracción desde la caja A, sin dar argumento, y solo una participante (3,1 %) dio una respuesta incorrecta, eligiendo la caja B.

El 68,8 % de las FMI resuelve correctamente el ítem 3a, pero solo un 25 % identifica y argumenta correctamente qué alumno ha dado con la respuesta correcta (ítem 3b). Las respuestas incorrectas (18,7 % y 15,6 %) indican que no es posible saber desde qué bolsa se ha realizado la extracción, puesto que depende de la suerte, por lo que podría presentarse el sesgo conocido como *outcome approach* (Konold, 1989), que consiste en suponer que cualquier experimento aleatorio es impredecible. Esta creencia es errónea, pues, aunque no se pueda prever cada resultado particular, sí es posible saber cuál es más probable.

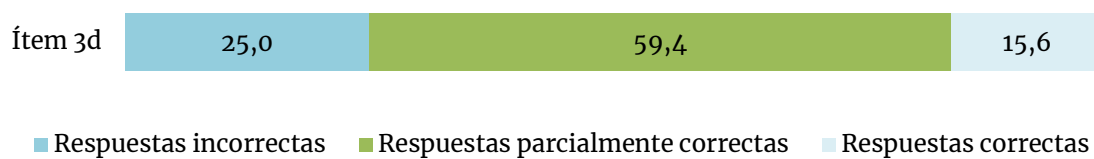
El ítem 4a fue difícil, pues solo un 15,6 % responde correctamente, indicando que Andrés ha dado con la respuesta correcta, argumentando que la probabilidad

de ocurrencia para ambos sucesos es la misma. Un 34,4 % responde correctamente, pero no argumenta su respuesta. En las respuestas incorrectas (50 %), la gran mayoría (68,8 %) evidencian el sesgo de recencia positiva (Kahneman y Tversky, 1973) y, en menor número (31,2 %), la recencia negativa (Kahneman y Tversky, 1973), resultados que coinciden con los de Vásquez y Alsina (2015b) con profesorado de primaria en activo.

### 5.3.2. Conocimiento ampliado del contenido

En la Figura 9, se muestran los porcentajes obtenidos de acuerdo con el “grado de corrección” de la respuesta en el ítem 3d, que evalúa el CAC.

**Figura 9.** Porcentaje de respuestas en ítems sobre CAC según grado de corrección



Solo un 15,6 % señala que el problema planteado se puede relacionar con otros conceptos del currículo escolar de primaria y secundaria, como cálculo de probabilidades, regla de Laplace, experimento aleatorio, tipos de sucesos y espacio muestral. Mientras que un 59,4 % identifica únicamente a la probabilidad y un 25 % no logra identificar conceptos del currículo escolar en relación con la probabilidad.

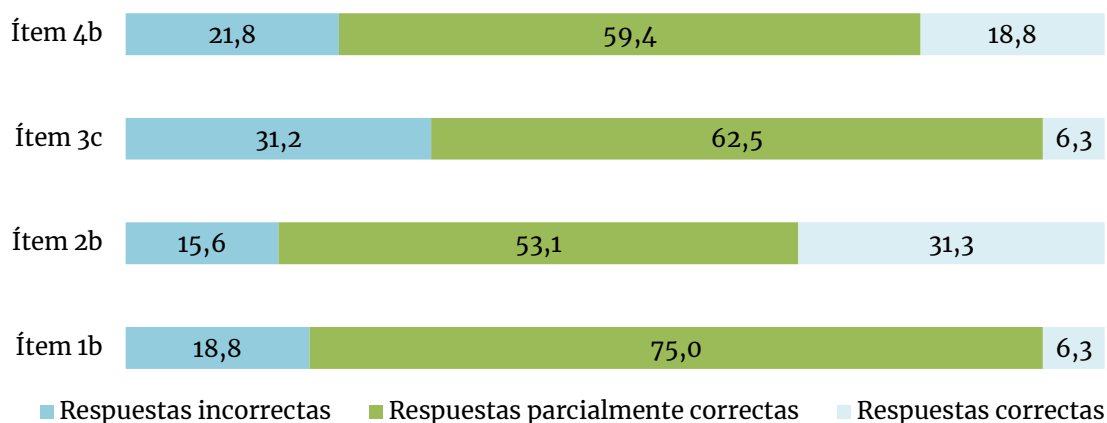
### 5.3.3. Conocimiento didáctico-matemático

En lo que sigue se muestran los resultados en las diferentes facetas del conocimiento didáctico-matemático (conocimiento especializado).

Faceta epistémica. Para analizar este conocimiento, en los respectivos ítems se pide identificar los conceptos probabilísticos que deben usar los alumnos para dar una solución correcta al problema planteado. Se considera correcto cuando se identifican cuatro o más conceptos; parcialmente correcto si se identifican entre uno y tres; e incorrecto si no se identifica ninguno.

En la Figura 10 se observa un porcentaje muy pequeño de respuestas correctas (entre el 6,3 % y el 31,3 %, con una media aproximada de 15,7 %), aunque es bastante mayor el de respuestas parcialmente correctas.

**Figura 10.** Porcentajes de respuestas según grado de corrección para la faceta epistémica



La mayoría de los conceptos citados en estos ítems se vinculan con azar, probabilidad de un suceso, experimento aleatorio, escala cualitativa de probabilidad, casos favorables y desfavorables o espacio muestral. Además, señalan otros contenidos como: clasificación, cardinalidad, conteo, números, comparación de cantidades, fracciones, porcentajes, proporcionalidad, razonamiento lógico-matemático, uso de representaciones y resolución de problemas. En los ítems 2 y 3 se destaca también la comparación de posibilidad de ocurrencia, y en el ítem 4, el de moneda honesta.

En el ítem 1b (probabilidad simple), solamente dos FMI identifican cuatro o más conceptos probabilísticos, mientras que un 75 % identifica de 1 a 3 conceptos.

El ítem 2b (comparación de probabilidades de sucesos elementales no equiprobables en un experimento simple) es el que muestra un porcentaje mayor de respuestas correctas en esta categoría (31,3 %), identificando 4 o más conceptos, y un 53,1 % da respuestas parcialmente correctas identificando 1 a 3.

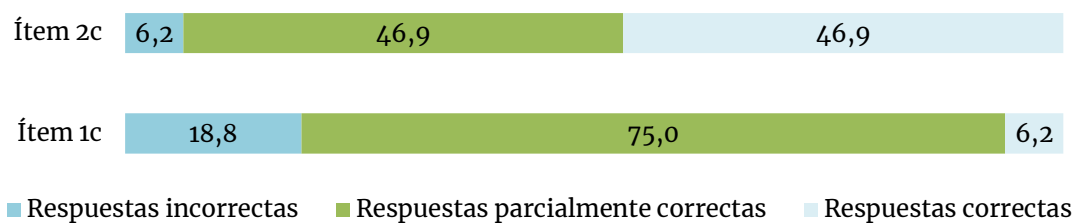
El ítem 3c (identificación de lenguaje probabilístico asociado a sucesos seguro, imposible y posible) presenta un 6,3 % de respuestas que informan de 4 o más conceptos involucrados y un 62,5 % identifica entre 1 a 3 conceptos.

Para el ítem 4b (independencia de sucesos en ensayos repetidos), un 18,8 % identifica 4 o más conceptos probabilísticos asociados a la resolución del problema, mientras que un 59,4 % identifica de 1 a 3.

En resumen, las respuestas son correctas, aunque escasas, y se limitan a listar ciertos contenidos muy generales; en algunos casos, se enfocan en procesos matemáticos de resolución de problemas, representaciones y razonamiento. Coincidiendo con los resultados de Gómez (2014) y Vásquez y Alsina (2019b), estos datos ponen de manifiesto que un bajo porcentaje de las participantes del estudio moviliza e identifica los conceptos probabilísticos involucrados en la resolución de las tareas planteadas.

Faceta ecológica. Para evaluar este conocimiento (ítems 1c y 2c), relacionado con el currículo de educación infantil, se considera correcto si se vincula la valoración cualitativa de la probabilidad de ocurrencia de sucesos con el empleo de cuantificadores; parcialmente correcto si se vincula con la probabilidad, pero no establece relación con los cuantificadores; e incorrecto en otro caso. Los resultados se presentan en la Figura 11, donde se evidencia que este conocimiento presentó dificultad, en especial el ítem 1c (6,2 % de respuestas correctas), mientras que el ítem 2c tuvo dificultad moderada (46,9 % de respuestas correctas). Destacamos el alto porcentaje de respuestas parcialmente correctas en ambos ítems.

**Figura 11.** Porcentajes de respuestas según grado de corrección para la faceta ecológica



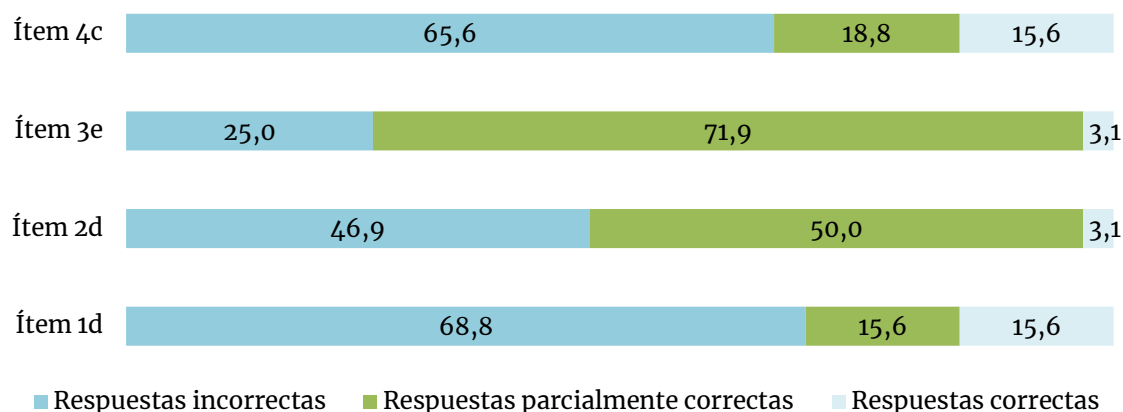
En el ítem 1c, fue difícil reconocer que, si bien el objetivo de la tarea es dar una valoración cualitativa de la probabilidad de ocurrencia de un suceso, se puede relacionar con el objetivo de aprendizaje: “empleo de cuantificadores tales como: más que, menos que o igual que, al comparar cantidades de objetos en situaciones cotidianas” (MINEDUC, 2018, p. 99). Dicho objetivo es clave para iniciar, de manera informal, a los alumnos de las primeras edades en el lenguaje probabilístico.

Fue más sencillo el ítem 2c, relacionado con la comparación de probabilidades de sucesos elementales no equiprobables, vinculado al uso de cuantificadores para establecer la comparación de cantidades.

Faceta cognitiva. Se accedió a este conocimiento a partir de las respuestas y argumentaciones otorgadas a los ítems 1d, 2d, 3e y 4c, en los que se debe describir las posibles dificultades a las cuales podrían verse enfrentados los estudiantes para resolver el problema. Se considera correcto cuando se identifica una o más posibles dificultades que enfrentarían los alumnos para resolver el problema, argumentando su respuesta; parcialmente correcto si menciona, a nivel general, posibles dificultades presentes en las respuestas asociadas a cada tarea sin argumentar; e incorrecto si no identifica ninguna.

El grado de corrección de las respuestas para estos ítems se muestra en la Figura 12, observándose un porcentaje de respuestas correctas deficiente, con una media aproximada de un 9,4 %.

**Figura 12.** Porcentajes de respuestas según grado de corrección para la faceta cognitiva



En el ítem 1d, un 15,6 % de las FMI reflexiona acerca de dificultades presentes en las respuestas incorrectas de los alumnos ficticios de la tarea y otro 15,6 % menciona a nivel general posibles dificultades. La mayoría de estas respuestas (90 %) indican que Carolina no ha considerado la importancia de la proporción de peces de cada color al realizar la extracción. En tanto, un 68,8 % indica incorrectamente dificultades no relacionadas con la tarea, como no realizar de manera correcta el conteo, no identificar correctamente el color, no comprender el problema, etc.

El ítem 2d (3,1 % de respuestas correctas y 50 % parcialmente correctas) presentó dificultades para las FMI, entre otras, comparar únicamente el número de casos favorables sin considerar la proporción al interior de cada caja o comparar solo los casos desfavorables. Un 46,9 % señala erróneamente dificultades tales como no comprender el problema, no manejar el conteo, confundir los colores de los caramelos, confundirse con la disposición de los caramelos.

En el ítem 3e (3,1 % de respuestas correctas y 71,9 % parcialmente correctas), las FMI se centran, principalmente, en indicar que los alumnos pueden presentar dificultades para comparar las probabilidades de ocurrencia de cada bolsa, o identificar que en la bolsa 2 es imposible obtener el resultado dado. Un 25 % señala erróneamente otras dificultades, por ejemplo, la comprensión del problema, no usar material concreto, o que son muchas las cantidades de caramelos representados en cada bolsa.

En el ítem 4c (15,6 % de respuestas correctas y 18,8 % parcialmente correctas), las respuestas sugieren que los estudiantes se confunden al considerar los resultados que han salido con anterioridad, la necesidad de un equilibrio en los resultados de la moneda, o bien, no comprenden los conceptos de probabilidad. Un 65,6 % señala inadecuadamente que una posible dificultad puede ser no usar material concreto o que el alumno no maneje bien el conteo para calcular probabilidades.

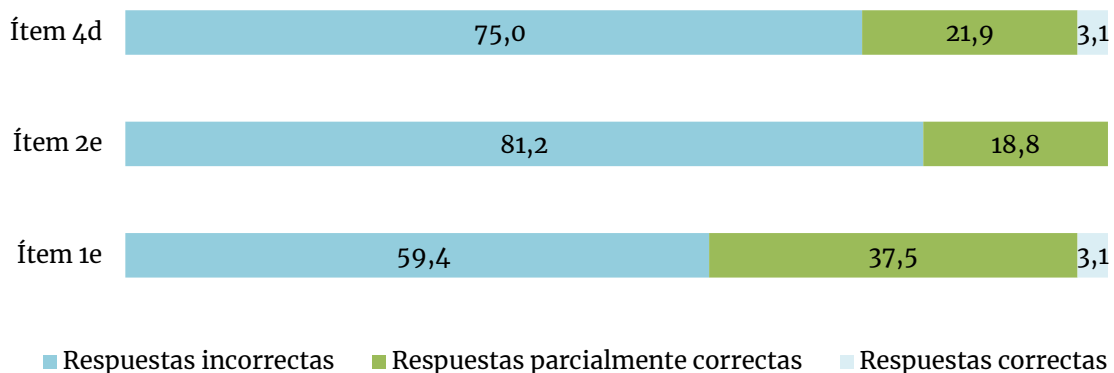
A partir del análisis de los resultados en estos ítems, queda de manifiesto que las FMI poseen un conocimiento didáctico-matemático deficiente en la faceta

cognitiva, pues un porcentaje importante no identifica dificultades relevantes vinculadas a nociones de probabilidad para la resolución de las distintas tareas, resultados que también se dieron en Burgos et al. (2022) y en López-Martín et al. (2023). Los profesores en formación en la investigación de Gómez (2014) y Gea y Fernández (2018) tuvieron mejor rendimiento al identificar las respuestas erróneas de los estudiantes, pero pocos fueron capaces de explicar las razones de tales errores, otorgando respuestas genéricas, asociadas en su mayoría a dificultades no previsibles en los estudiantes o no relacionadas con la probabilidad.

Faceta mediacional e interaccional. Para indagar en este conocimiento, se han analizado las respuestas y argumentaciones otorgadas a los ítems 1e, 2e y 4d. Se considera correcto cuando se identifican una o más estrategias y argumenta su respuesta; parcialmente correcto si identifica una o más estrategias y no argumenta su elección; e incorrecto si no se identifica ninguna.

En la Figura 13 se muestra cómo distribuyen las respuestas en función de su grado de corrección. Estos ítems han sido extremadamente difíciles, siendo el tipo de conocimiento que presentó el porcentaje de respuestas correctas más bajo en todo el cuestionario CDM-Probabilidad Infantil.

**Figura 13.** Porcentajes de respuestas según grado de corrección para la faceta mediacional e interaccional



Para el ítem 1e, se observa un 3,1 % de respuestas correctas y un 37,5 % de respuestas parcialmente correctas que se centran en distintos tipos de recursos a utilizar para apoyar a los alumnos con dificultades para la resolución de la tarea. Dichos recursos engloban el uso de material concreto que simule los peces (fichas o peces de cartón) y permitan la realización del experimento reiteradas veces para que puedan analizar el problema. Por su parte, un 59,4 % responde inadecuadamente y se centra en indicar la necesidad de reforzar este contenido, realizar problemas similares o explicar nuevamente el problema.

En el ítem 2e, no se observan respuestas correctas, con una presencia de un 18,8 % de respuestas parcialmente correctas, que se limitan a señalar de modo general el uso de material concreto para comparar las distintas cantidades. Mientras que un 81,2 % indica que explicaría nuevamente el problema o la necesidad de

plantear preguntas adecuadas para que los estudiantes logren resolver, pero no señala qué tipo de preguntas plantearía.

El ítem 4d presenta un 3,1 % de respuestas correctas y un 21,9 % de respuestas parcialmente correctas. En tales respuestas se señala la importancia de realizar el experimento utilizando material concreto (fichas con caras de distintos colores o una moneda pintada), profundizando en algunos casos en la importancia que darían al uso del material concreto y su finalidad, vinculada a que los niños puedan ver que en cada lanzamiento puede salir rojo o verde. Por otro lado, se observa que un 75 % de las FMI ha dado una respuesta incorrecta, mencionando estrategias genéricas como explicar nuevamente el problema, apoyar a quienes no han entendido, etc.

Lo anterior evidencia que este tipo de conocimiento presentó gran dificultad, en coincidencia con los resultados de Burgos et al. (2022) y Vásquez y Alsina (2019b), pues escasamente logran identificar estrategias para ayudar a aquellos alumnos que no han sabido resolver el problema. Tales estrategias se centran en la utilización de material concreto para simular la realización de los experimentos involucrados en las tareas. Asimismo, se observa la identificación de estrategias generales como, por ejemplo, el uso de material concreto. Pero no indican el tipo de material a utilizar ni tampoco la manera en que lo gestionarían. Finalmente, en promedio, un 71,9 % de las FMI menciona estrategias genéricas, tales como: volver a explicar el problema o el planteamiento de buenas preguntas.

## 6. CONSIDERACIONES FINALES

En este artículo se ha analizado el conocimiento didáctico-matemático para la enseñanza de la probabilidad de 32 FMI chilenas, desde la perspectiva del Modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático (Godino, 2024; Godino et al., 2017; Pino-Fan et al., 2015). Para ello, se aplicó el cuestionario CDM-Probabilidad Infantil, planteando tareas probabilísticas propias de la educación infantil, que involucran la expresión de grados de creencia para la ocurrencia de sucesos a partir de una escala cualitativa de probabilidades, lenguaje probabilístico, así como la diferenciación entre experimentos aleatorios y deterministas, y la comparación de probabilidades de ocurrencia en experimentos aleatorios sencillos (Alsina y Vásquez, 2017; Batanero y Álvarez-Arroyo, 2024; Batanero et al., 2021). Lo anterior ha permitido acceder a aspectos parciales del CDM necesario para la enseñanza de la probabilidad en educación infantil (3 a 6 años).

A nivel global, se observa que las participantes de este estudio manifiestan un conocimiento insuficiente para la enseñanza de la probabilidad en las primeras edades. En lo que respecta a las categorías del conocimiento matemático, al igual que en el estudio de Gómez (2014) con futuros profesores de educación primaria y Vásquez y Alsina (2015b) con profesorado de primaria en activo, los resultados muestran puntuaciones ligeramente mejores para el CMC que en las restantes categorías. Este resultado podría indicar una predominancia de una formación orientada al conocimiento disciplinar, acompañada de una débil formación en didáctica de la probabilidad.

La categoría del CMC presentó una media de un 48 % de respuestas correctas, indicando conocimientos probabilísticos descendidos en relación con la diferenciación entre experimentos aleatorios y deterministas, identificación de casos favorables y desfavorables, escala cualitativa de probabilidades y comparación de probabilidades. Este déficit es aún mayor en el caso del ítem 4a, vinculado a la comprensión de la independencia de ensayos repetidos bajo las mismas condiciones y los sesgos de recencia positiva y negativa, evidenciando una fuerte presencia del sesgo de recencia positiva (Kahneman y Tversky, 1973), lo que coincide con los resultados obtenidos por Gómez (2014) y Vásquez y Alsina (2015b) con profesorado de primaria en formación y en activo, respectivamente.

Para la categoría de CAC, se obtuvo un 15,6 % de respuestas correctas, es decir, se evidencia un déficit de conocimiento que permita a las FMI relacionar el contenido involucrado en la resolución de la tarea con otros conceptos más ampliados del currículo escolar.

La categoría del conocimiento didáctico-matemático fue la que presentó, a nivel global, la media más baja de respuestas correctas (11,4 %); resultados levemente mejores a los obtenidos por Vásquez y Alsina (2019b) e inferiores a los de Gómez (2014). En las distintas facetas que componen esta categoría, la faceta mediacional e interaccional, relacionada con el conocimiento del contenido en relación con la enseñanza, presenta el porcentaje de respuestas correctas más bajo (2,1 %), que evidencia falta de conocimiento para describir estrategias y recursos a utilizar para ayudar a los estudiantes a superar posibles errores o dificultades asociadas a la probabilidad.

Estos resultados, al igual que en el estudio de López-Martín et al. (2023), evidencian un conocimiento didáctico-matemático que requiere de mayor desarrollo. Aun cuando las FMI cuentan con ciertos conocimientos vinculados a las facetas ecológica, epistémica y cognitiva, presentan fuertes debilidades en lo que respecta a las facetas instruccional y mediacional.

Estos resultados son alarmantes, en especial si consideramos que, en los programas formativos chilenos para maestras de infantil, se explicita que estas deben “contar con una comprensión profunda sobre los aprendizajes matemáticos que busca favorecer en las niñas y los niños a su cargo” (MINEDUC, 2012, p. 54). Lo que implica manejar nociones básicas de probabilidad y de la didáctica de la probabilidad en educación infantil.

Reconocemos que la muestra involucrada en este estudio es pequeña, por lo que los resultados tienen una posibilidad limitada de generalización y sería necesario complementar el estudio con nuevas muestras para comprobar la estabilidad de las conclusiones. No obstante, estos resultados encienden luces de alerta respecto a la necesidad de mejorar y fortalecer el conocimiento didáctico-matemático en los programas de formación inicial del profesorado de infantil.

Por tanto, estos hallazgos llaman a reflexionar respecto a los conocimientos que debe incluir la formación inicial en esta etapa educativa en relación con la enseñanza de la probabilidad en las primeras etapas. A nivel disciplinar, sería

necesario un conocimiento matemático común y ampliado que englobe el contenido curricular de probabilidad en la educación primaria y secundaria. A nivel didáctico, se sugiere organizar talleres formativos en que se resuelvan y discutan tareas similares a las incluidas en el cuestionario CDM-Probabilidad Infantil (3 a 6 años), que sean un punto de apoyo para llevar a cabo una enseñanza idónea de la probabilidad en el aula de infantil y a la vez permitan reforzar los diferentes componentes del conocimiento didáctico de acuerdo con el modelo CDM. Todo ello ofrecerá al profesorado oportunidades para adquirir un conocimiento didáctico-matemático apropiado para la enseñanza de la probabilidad, que les permita enfrentar de manera competente su proceso de enseñanza a fin de impulsar el desarrollo de la alfabetización probabilística desde edades tempranas.

## AGRADECIMIENTO

Proyecto PID2022-139748NB-100 financiado por el Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades (MICIU), la Agencia Estatal de Investigación (AEI) y por el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (FEDER), Unión Europea.

## REFERENCIAS

- Alsina, Á. (2017). Contextos y propuestas para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en educación infantil: Un itinerario didáctico. *Épsilon*, 95, 25–48.
- Alsina, Á., Cornejo-Morales, C., & Salgado, M. (2021). ¿Cómo, para qué y sobre qué se argumenta en el marco de la probabilidad intuitiva? Un estudio de caso múltiple en educación infantil. *Paradigma*, 41(e1), 285–312.  
<https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2021.p285-312.id1026>
- Alsina, Á., & Vásquez, C. (2016). De la competencia matemática a la alfabetización probabilística en el aula: Elementos para su caracterización y desarrollo. *Unión*, 48, 41-58.
- Alsina, Á., & Vásquez, C. (2017). Hacia una enseñanza eficaz de la estadística y la probabilidad en las primeras edades. *Didasc@lia: Didáctica y Educación*, 8(4), 199–212.
- Ball, D., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.  
<https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Batanero, C., & Álvarez-Arroyo, R. (2024). Teaching and learning of probability. *ZDM-Mathematics Education*, 56(1), 5–17. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01511-5>
- Batanero, C., Álvarez-Arroyo, R., Hernández-Solís, L. A., & Gea, M. M. (2021). El inicio del razonamiento probabilístico en educación infantil. *PNA*, 15(4), 267–288.  
<https://doi.org/10.30827/pna.v15i4.22349>
- Beltrán-Pellicer, P. (2017). Una propuesta sobre probabilidad en educación infantil con juegos de mesa. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 6(1), 53–61.  
<https://doi.org/10.24197/edmain.1.2017.53-61>
- Bisquerra, R. (2019). *Metodología de la investigación educativa*. La Muralla.
- Burgos, M., López-Martín, M. del M., Aguayo-Arriagada, C. G., & Albanese, V. (2022). Análisis cognitivo de tareas de comparación de probabilidades por futuro profesorado de Educación Primaria. *Uniciencia*, 36(1), 1–24.  
<https://doi.org/10.15359/ru.36-1.38>

- Canals, M. A. (2009). *Estadística, combinatoria y probabilidad*. Associació de Mestres Rosa Sensat.
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L., Flores, E., Escudero, D., & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialized knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236–253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Reidel. <https://doi.org/10.1007/978-94-010-1858-6>
- Franco, J., & Alsina, Á. (2022). El conocimiento del profesorado de educación primaria para enseñar estadística y probabilidad: una revisión sistemática. *Aula Abierta*, 51(1), 7–16. <https://doi.org/10.17811/rifie.51.1.2022.7-16>
- Gea, M. M., & Fernández, J. A. (2018). Conocimiento de futuros profesores de los primeros años escolares para enseñar probabilidad. *AIEM-Avances de Investigación en Educación Matemática*, 14, 15–30. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i14.213>
- Godino, J. D. (2024). *Enfoque ontosemiótico en educación matemática. Fundamentos, herramientas y aplicaciones*. McGraw Hill-Aula Magna.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Cañizares, M. J. (1987). *Azar y Probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Síntesis.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*, 39, 127–135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2019). The onto-semiotic approach: Implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics*, 39(1), 38–43.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, 31(57), 90–113. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05>
- Gómez, E. (2014). *Evaluación y desarrollo del conocimiento matemático para enseñar la probabilidad en futuros profesores de educación primaria* [Tesis doctoral sin publicar]. Universidad de Granada.
- Kahneman, D., & Tversky, A. (1973). On the psychology of prediction. *Psychological Review*, 80(4), 237–251. <https://doi.org/10.1037/h0034747>
- Konold, C. (1989). Informal conceptions of probability. *Cognition and Instruction*, 6(1), 59–98. [https://doi.org/10.1207/s1532690xci0601\\_3](https://doi.org/10.1207/s1532690xci0601_3)
- Krippendorff, K. (2013). *Content analysis: An introduction to its methodology* (3rd ed.). Sage.
- Lecoutre, M. P. (1992). Cognitive models and problem spaces in “purely random” situations. *Educational Studies in Mathematics*, 23(6), 557–568. <https://doi.org/10.1007/BF00540060>
- López-Martín, M. M., Aguayo-Arriagada, C. G., Vásquez, C., & Burgos, M. (2023). Conocimiento didáctico-matemático de futuros maestros chilenos: Implicaciones para la enseñanza de la probabilidad en Educación Básica. *Paradigma*, 44(4), 170–193. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2023.p170-193.id1391>
- MINEDUC. (2012). *Estándares orientadores para carreras de Educación Parvularia*. Centro de Investigación Avanzada en Educación, Chile.

- MINEDUC. (2018). *Bases Curriculares 2018: Educación Parvularia*. Unidad de Curriculum y Evaluación, Chile.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- Nikiforidou, Z. (2018). Probabilistic thinking and young children: Theory and pedagogy. En A. Leavy, M. Meletiou-Mavrotheris, & E. Papanastasiou (Eds.), *Statistics in early childhood and primary education* (pp. 21–34). Springer.  
[https://doi.org/10.1007/978-981-13-1044-7\\_3](https://doi.org/10.1007/978-981-13-1044-7_3)
- Pino-Fan, L. R., Assis, A., & Castro, W. F. (2015). Towards a methodology for the characterization of teachers' didactic-mathematical knowledge. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 11(6), 1429–1456.  
<https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1403a>
- Scheiner, T., Montes, M. A., & Godino, J. D. (2019). What makes mathematics teacher knowledge specialized? Offering alternative views. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17, 153–172.  
<https://doi.org/10.1007/s10763-017-9859-6>
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1–30.  
<https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411>
- Vásquez, C., & Alsina, A. (2015a). El conocimiento del profesorado para enseñar probabilidad: Un análisis global desde el modelo del conocimiento didáctico-matemático. *AIEM-Avances de Investigación en Educación Matemática*, 7, 27–48.  
<https://doi.org/10.35763/aiem.v1i7.104>
- Vásquez, C., & Alsina, A. (2015b). Conocimiento didáctico-matemático del profesorado de educación primaria sobre probabilidad: Diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación. *Bolema*, 29(52), 681–703.  
<https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n52a13>
- Vásquez, C., & Alsina, A. (2019a). Intuitive ideas about chance and probability in children from 4 to 6 years old. *Acta Scientiae*, 21(3), 131–154.  
<https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v21iss3id5215>
- Vásquez, C., & Alsina, A. (2019b). Conocimiento especializado del profesorado de educación básica para la enseñanza de la probabilidad. *Profesorado*, 23(1), 393–419. <https://doi.org/10.30827/profesorado.v23i1.9160>
- Vásquez, C., & Cabrera, G. (2022). La estadística y la probabilidad en los currículos de matemáticas de educación infantil y primaria de seis países representativos en el campo. *Educación Matemática*, 34(2), 245–274.  
<https://doi.org/10.24844/EM3402.09>
- Vásquez, C., Díaz-Levicoy, D., & Arteaga, P. (2020). Objetos matemáticos ligados a la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: un análisis desde los libros de texto. *Bolema*, 34(67), 480–500. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a07>

∞

**Claudia Vásquez**

Pontificia Universidad Católica de Chile (Chile)

[cavasque@uc.cl](mailto:cavasque@uc.cl) | <https://orcid.org/0000-0002-5056-5208>

Contribución: conceptualización, curación de datos, análisis formal, adquisición de fondos, investigación, metodología, administración del proyecto, recursos, supervisión, validación, visualización, redacción – borrador original, redacción – revisión y edición.

**Carmen Batanero**

Universidad de Granada (España)



[batanero@ugr.es](mailto:batanero@ugr.es) | <https://orcid.org/0000-0002-4189-7139>

Contribución: conceptualización, análisis formal, adquisición de fondos, investigación, metodología, supervisión, validación, visualización, redacción – borrador original, redacción – revisión y edición.

Recibido: 21 de abril de 2024

Aceptado: 12 de febrero de 2025

## Didactic-Mathematical Knowledge of Prospective Early Childhood Education Teachers: The Case of Probability

Claudia Vásquez @ <sup>1</sup>, Carmen Batanero @ <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Pontificia Universidad Católica de Chile (Chile)

<sup>2</sup> Universidad de Granada (España)

In recent years, there has been a growing interest in incorporating concepts related to chance, uncertainty, and probability into early childhood education, given their relevance in contemporary society and the importance of informal experiences as a foundation for future learning. This trend has led various countries to include the teaching of probability in early childhood curricula, aiming to develop intuitive and progressive knowledge on the subject. However, this approach presents a challenge for early childhood educators, who must leverage children's linguistic development to effectively introduce probability concepts.

Therefore, to ensure effective probability teaching at an early age, it is essential for educators to develop robust didactic and mathematical knowledge, enabling them, for instance, to identify and address the difficulties students may encounter while learning probability. Nevertheless, in countries such as Chile, the inclusion of statistics and probability in initial teacher education programmes remains limited. On the other hand, existing research on teachers' knowledge in this area has primarily focused on primary education, revealing significant gaps. For example, it has been observed that pre-service primary education teachers possess an adequate level of mathematical knowledge in certain aspects, such as probability comparisons and understanding the classical approach to probability. However, other studies highlight deficiencies in their comprehension of concepts such as sampling with and without replacement and the subjective meaning of probability.

Against this backdrop, and to address this lack of information, the aim of this study is to present an exploratory analysis of the didactic-mathematical knowledge required for teaching probability, based on a sample of 32 Chilean pre-service early childhood educators. For this purpose, the validated "DMK – Probability in Early Childhood Education" questionnaire was employed, containing 19 open-ended questions distributed across four tasks related to probability. These tasks involve, for example, differentiating between random and deterministic experiments, using probabilistic language, and comparing probabilities in simple contexts, among others.

The results indicate that the pre-service early childhood educators who participated in the study possess limited knowledge for teaching probability. The category of common mathematical knowledge achieved an average of 48% correct answers, revealing difficulties in concepts such as random experiments, identifying favourable and unfavourable cases, and the independence of repeated trials. In the extended content knowledge category, the average was 15.6%, highlighting challenges in connecting basic probability concepts with more complex curriculum content. Lastly, didactic-mathematical knowledge showed the lowest performance, particularly in facets related to pedagogical strategies, instructional resources, and managing students' errors.

These findings underscore the need to strengthen initial teacher education in probability, addressing both disciplinary and didactic knowledge. To this end, it is recommended to incorporate training workshops in which pre-service teachers engage with tasks similar to those in the questionnaire, enabling them to reinforce their understanding of probability and its pedagogical application. Although the study's findings are limited by the sample size, they raise significant concerns about the weaknesses in the didactic-mathematical knowledge of pre-service early childhood educators. Addressing these shortcomings would contribute to more effective teaching of probability from early ages, fostering probabilistic literacy and meaningful learning among students.