

Generalización con la Función $f(n)=n-1$ en Infantil Desde un Enfoque Funcional del Álgebra Escolar

Generalization of the Function $f(n)=n-1$ in Children from a Functional Approach to Algebra

Sandra Fuentes @ , María C. Cañadas @ 

Universidad de Granada (España)

Resumen ∞ Este trabajo forma parte de un proyecto de investigación sobre pensamiento algebraico en alumnos de educación infantil y primaria. El objetivo de investigación de este documento es analizar las relaciones entre variables, representaciones y estrategias que evidencian alumnos de infantil al trabajar con una tarea de generalización. Implementamos un experimento de enseñanza de 4 a 5 sesiones con alumnos de infantil. Analizamos el trabajo de una de las sesiones, donde se relacionaba el número de niños invitados a una fiesta de cumpleaños y el número de zumos necesarios, considerando que uno no toma ($f(n) = n - 1$). La sesión se desarrolló en tres momentos: (a) introducción, (b) trabajo individual y (c) asamblea. En las producciones escritas de los alumnos predominó la representación pictórica e identificamos estrategias físicas y cognitivas. Hubo niños que generalizaron, indicando que “a este niño no le daremos zumo porque no le gusta”, para reflejar el “-1” implicado en la función.

Palabras clave ∞ Educación infantil; Estrategias; Generalización; Pensamiento funcional

Abstract ∞ This work is part of a research project on algebraic thinking in early childhood and primary education students. The research objective of this document is to analyze the relationships between variables, representations, and strategies that preschool students demonstrate when working with a generalization task. We implemented a teaching experiment of 4 to 5 sessions for preschool students. We analyzed the work in one of the sessions, where the number of children invited to a birthday party was related to the number of juices needed, considering that one child does not drink ($f(n) = n - 1$). The session took place in three moments: (a) introduction, (b) individual work, and (c) assembly. In the students' written productions, pictorial representation predominated, and we identified physical and cognitive strategies. There were children who generalized, noting that “we will not give this child juice because he does not like it” to reflect the “-1” implied in the function.

Keywords ∞ Early Childhood; Functional thinking; Generalization; Strategies

Fuentes, S., & Cañadas, M. C. (2026). Generalización con la función $f(n)=n-1$ en infantil desde un enfoque funcional del álgebra escolar. *AIEM-Avances de Investigación en Educación Matemática*, 29, 69-89. <https://doi.org/10.35763/aiem29.5685>

1. INTRODUCCIÓN

El pensamiento funcional es un tipo de pensamiento algebraico, donde las funciones son el contenido matemático central. Desde la investigación, cada vez se destaca más la importancia de abordar el pensamiento funcional desde la educación infantil (e. g., Blanton et al., 2019; Brizuela et al., 2015; Castro et al., 2017; Kaput, 2008). Pincheira et al. (2023) abordan el pensamiento relacional, el pensamiento recursivo y el pensamiento funcional en el ámbito del pensamiento algebraico, destacando la descripción del cambio cualitativo y cuantitativo dentro del pensamiento funcional. Papic et al. (2011) mencionan la identificación de las estructuras que son identificadas en diversos patrones y cómo estas estructuras permiten establecer la idea de generalidad y de pensamiento funcional. Las funciones más utilizadas por nuestros antecedentes en educación infantil y primer curso de primaria son $f(n) = 2n$ o $f(n) = n + 1$. No encontramos investigaciones previas que incorporen en el trabajo en el aula la función $f(n) = n - 1$, función que abordaremos en este estudio por involucrar la sustracción y hacer una contribución en este sentido. Implementamos este estudio en educación infantil, con alumnos entre 3 y 5 años, en un centro educativo de Granada (España).

En el currículo español se ha incorporado el sentido algebraico en educación primaria (Real Decreto 157/2022a, Real Decreto 95/2022b) recientemente. En cambio, no hay mención explícita a tal sentido en el currículo de infantil (Real Decreto 95/2022b). Sin embargo, es posible desarrollarlo en este nivel educativo, incorporando una mirada algebraica en actividades que sí deben abordarse en estos cursos. Por ejemplo, el currículo para infantil propone que los alumnos establezcan relaciones entre algunos atributos de los objetos y materias, así como su comportamiento físico cuando se interviene sobre ellas (Real Decreto 95/2022b, p. 21). A nivel internacional, el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) recomienda abordar tareas algebraicas desde infantil en Estados Unidos. Países como Estados Unidos, Australia, Finlandia y Chile también incorporan la propuesta del *early algebra* en sus currículos (Pincheira y Alsina, 2021).

El objetivo de esta investigación es analizar las relaciones funcionales, las representaciones y las estrategias que evidencian alumnos de infantil cuando trabajan en una tarea de generalización desde un enfoque funcional del álgebra escolar.

2. MARCO CONCEPTUAL Y ANTECEDENTES

Para nuestra investigación, adoptamos la definición de pensamiento funcional de Cañadas y Molina (2016), quienes establecen que es un proceso cognitivo que forma parte del pensamiento algebraico, basado en la construcción, descripción, representación y razonamiento con y sobre las funciones y los elementos que las constituyen. Con tal de promover el pensamiento algebraico, ofrecemos oportunidades a los alumnos para que establezcan relaciones entre conjuntos, busquen regularidades, patrones, similitudes y diferencias entre ellos, para lograr formalizar esa relación y generalizar. Para ello, partimos de casos particulares pequeños y cercanos, llegando a casos lejanos para su edad o indeterminados, buscando la

generalización. Consideramos que hay evidencias de pensamiento funcional cuando se hace explícita la relación entre las variables.

En los últimos años se ha explorado en alguna medida el pensamiento funcional en los niños de educación infantil. Acosta y Alsina (2024) trabajan con patrones recursivos con 8 niños de 4 años; una de las conclusiones a las que llega este estudio es que hay una mayor evidencia de la recursividad frente a otras relaciones funcionales. Un grupo de 12 alumnos (5-6 años) evidenció pensamiento funcional al establecer la relación $f(n) = n$, $f(n) = 2n$ y $f(n) = n + 1$ en un contexto cercano y desafiante para el estudiante (Castro et al., 2017). En un estudio de casos con una niña de 4 años, Fuentes y Cañadas (2022) mostraron evidencias de pensamiento funcional a través de las funciones $f(n) = n$ y $f(n) = 3n$. Ella estableció la relación funcional correcta entre las variables verbalmente. Para la función $f(n) = n$, expresó: “cada niño debe llevar un gorro”. Para $f(n) = 3n$, “3 chuches para cada niño... 3 para el primero, 3 para el segundo, 3 para el tercero...”. Con alumnos desde los 3 años, Blanton y Kaput (2004) utilizaron tareas que involucraban las funciones $f(n) = n$ y $f(n) = 2n$, en un contexto familiar para ellos. Los alumnos, gradualmente, descubrieron propiedades en la relación, como la paridad, la relación aditiva o multiplicativa entre las variables.

La generalización es el foco principal del álgebra y, en particular, del enfoque funcional. La generalización inicia en lo particular y avanza hacia lo general, llegando a un número indeterminado de elementos. En la generalización es importante el proceso; es decir, las estrategias que utilizamos para identificar el cambio, establecer la relación funcional, y la posterior generalización. Los tres conceptos anteriormente nombrados están inmersos unos dentro de otros, pero no es necesario que se evidencien cada uno de ellos. También es importante la forma en la que damos a conocer los resultados; es decir, las representaciones como expresión de esas relaciones.

Los principales focos de esta investigación son la generalización, las representaciones y las estrategias. Comenzamos mostrando investigaciones realizadas en primaria y luego en infantil, evidenciando la necesidad de este estudio.

2.1. Generalización

Pólya (1945) considera la generalización como una actividad empírica inductiva en la que se acumulan ejemplos y se detecta y se sistematiza una regularidad. Cañadas y Castro (2007) describen la generalización como parte de un proceso inductivo que se construye a partir de casos particulares. Finalmente, se espera una expresión que abarca todos los casos posibles de una clase de casos particulares.

En entrevistas con 6 alumnos de 2.º de primaria, en el contexto de una máquina de funciones ($f(n) = n + 3$), 5 de ellos establecieron la relación entre las variables y generalizaron (Torres et al., 2021). Castro et al. (2017) diseñaron e implementaron tres intervenciones con un grupo de 12 alumnos de último año de infantil (5-6 años). Frente a una tarea de pensamiento funcional, los alumnos establecieron la relación para $f(n) = n$, $f(n) = 2n$ y algunos alumnos establecieron la relación para la función $f(n) = n + 1$.

Nuestro estudio contribuye a la investigación en el área, aportando evidencias del trabajo que se puede realizar en aula de infantil sobre relaciones funcionales y generalización.

2.2. Representaciones

Las representaciones permiten expresar diferentes nociones matemáticas. Ayudan a comprender y hacen posible manipular elementos sobre estas nociones abstractas. El estudio de las representaciones comienza en los años 80, con autores clásicos como Goldin (1993) o Janvier (1987). Familiarizarse con un mayor número de representaciones de un objeto matemático permite tener un conocimiento más robusto del objeto matemático que estamos estudiando (Duval, 1993). Algunas representaciones asociadas al trabajo con funciones en educación primaria son pictórica, numérica, simbólica, tabular, gráfica, verbal o gestual (e. g., Butto y Rojano, 2009; Warren et al., 2013). En algunas investigaciones con alumnos de educación infantil, la representación más frecuente fue la pictórica (Fuentes y Cañadas, 2021, 2022).

Brizuela et al. (2015) introdujeron la notación algebraica a un grupo de alumnos de 5 a 7 años con tareas que involucraban las funciones $f(n) = n + 1$, $f(n) = n + 2$ y $f(n) = n + 3$, con el objetivo de trabajar las letras como cantidades desconocidas. Los alumnos asumieron las letras para designar valores desconocidos, aunque algunos tendieron a usar valores concretos. Las dificultades detectadas en estas edades son similares a las documentadas en educación secundaria. Por ejemplo, al establecer la relación entre la posición en el alfabeto y determinar su antecesor o sucesor. Un grupo de 13 alumnos de último año de infantil (5-6 años) evidenció pensamiento funcional al establecer las relaciones $f(n) = 2n$ y $f(n) = n + 1$ (Castro et al. 2017). Otro grupo de alumnos de primero de primaria estableció la relación funcional $f(n) = n + 5$ a través del uso de tablas de funciones y su posterior verbalización (Morales et al., 2018). Fuentes y Cañadas (2021) propusieron un problema de generalización que involucraba la función $f(n) = 5n$ a 32 alumnos de primero de primaria. Ellos utilizaron la representación pictórica al trabajar con casos cercanos y la representación numérica cuando los valores aumentaban.

En la literatura de investigación consultada no encontramos evidencias del trabajo de pensamiento algebraico con alumnos de 3 años. Conforme aumenta la edad de los alumnos, aumenta también el número de investigaciones publicadas, siendo aún escasas en educación infantil en comparación con alumnos de otras edades. Esta situación es más acusada en tres años. Nos interesa evidenciar las representaciones que utilizan los alumnos de infantil cuando trabajan en una tarea de generalización desde un enfoque funcional.

2.3. Estrategias

Rico (1997) definió las estrategias en la resolución de tareas matemáticas escolares como las actuaciones de los alumnos en la realización de una tarea. Siguiendo esta definición, consideraremos las estrategias como los diferentes caminos que llevan a los alumnos a dar una respuesta ante una tarea planteada; en nuestro caso, una tarea de generalización.

Callejo et al. (2016) identificaron características del pensamiento algebraico de alumnos de primaria (6 a 12 años), en un contexto que involucraba la función $f(n) = 2n + 2$. Las estrategias que detectaron en los alumnos fueron la gráfica, recursiva, funcional no proporcional y funcional proporcional. La estrategia gráfica fue la única que utilizaron en 1.º y 2.º de primaria. Los alumnos de cursos superiores utilizaron estrategias numéricas que involucraban la proporcionalidad. Cañadas et al. (2016) trabajaron con alumnos de 7 años, a través de un experimento de enseñanza donde una de las tareas involucraba la función $f(n) = 2n$. Algunas de las estrategias exitosas utilizadas por los alumnos fueron contar de 2 en 2 o sumar dos veces la cantidad para encontrar el valor solicitado.

El conteo de dibujos fue la estrategia predominante en el trabajo de 32 alumnos de 1.º de primaria al trabajar con las funciones $f(n) = 3n$ y $f(n) = 5n$ (Fuentes y Cañadas, 2021). Un número minoritario respondió directamente la pregunta, dando un número por respuesta. Un grupo de 30 alumnos de 1.º de primaria, en la función $f(n) = n + 5$, utilizó las estrategias relacionadas con el conteo en su gran mayoría: conteo total y conteo desde el mayor de los sumandos; varios respondieron directamente a la pregunta sin evidencia de la estrategia utilizada (Morales et al., 2018).

Los alumnos de último año de infantil (5-6 años) utilizaron las estrategias de sumar dos veces el mismo número ($f(n) = n + n$) cuando la función involucrada en el problema era $f(n) = 2n$ (Castro et al., 2017), por lo que se observa que identifican una función equivalente a la dada. En los dos primeros cursos de infantil no hemos encontrado investigaciones que describan las estrategias de los alumnos al resolver una tarea de generalización. Nuestra investigación aporta evidencia en este ámbito.

Con la revisión de la literatura justificamos la necesidad de realizar investigaciones como esta, donde el foco de análisis es la generalización, las estrategias y estructuras que utilizan los alumnos para establecer una relación entre dos conjuntos que covarían. Es importante saber qué pueden hacer los alumnos frente a tareas de pensamiento funcional.

Para lograr nuestro objetivo principal, nos propusimos los siguientes objetivos específicos: (a) identificar y describir las estrategias y representaciones que usan para resolver la tarea, y (b) identificar las representaciones que utilizan al generalizar.

3. METODOLOGÍA

Esta investigación es de carácter exploratorio y descriptivo (Hernández et al., 2010). Exploratoria porque las investigaciones que hay en torno al tema son escasas y descriptiva porque perseguimos detallar las actuaciones de los alumnos en la realización de una tarea de generalización. Dentro del paradigma de la investigación de diseño, llevamos a cabo un experimento de enseñanza (Molina et al., 2011). Diseñamos e implementamos 4 sesiones para el alumnado de 3 y 4 años, y 5 sesiones para el curso de 5 años.

Los sujetos de este estudio fueron los alumnos de educación infantil de un centro concertado de Granada (España), donde cursaban el tercer trimestre. El nivel

socioeconómico es medio-bajo. La muestra fue intencionada por la disponibilidad del centro y de las maestras a cargo de estos cursos. Contamos con el permiso del centro y de los padres y madres. Los alumnos eran no lectores ni escritores, por lo que la implementación de estas sesiones fue en su mayoría de forma verbal (oral), apoyándonos en el uso de material manipulativo. Anteriormente, no habían trabajado con tareas de este tipo. Sí habían trabajado con los contenidos curriculares establecidos para esas edades, pero no habían trabajado tareas de pensamiento funcional donde se relacionaran dos o más variables.

En la Tabla 1 mostramos las principales características de las sesiones implementadas.

Tabla 1. Sesiones de trabajo y contexto

Sesión	Contexto	Funciones
1	Gorros (uno para cada niño)	$f(n) = n$
2	Globos (uno para cada niño y uno en la puerta)	$f(n) = n + 1$
3	Zumos (uno para cada niño y un niño no toma zumo)	$f(n) = n - 1$
4	Platos para la tarta (niños y para los padres del cumpleaños)	$f(n) = n + 2$
5	Pegatinas (dos para cada niño)	$f(n) = 2n$

En la sesión 1, los alumnos trabajaron sin dificultad la función $f(n) = n$. En la sesión 2, introdujimos una constante a la función ($f(n) = n + 1$). En las sesiones 1 y 2, previas a la que analizaremos en este documento, los alumnos trabajaron de forma autónoma tareas que involucran pensamiento funcional. Para este trabajo nos centramos en la sesión 3, por la originalidad que implica el tipo de función involucrada en la tarea de esa sesión ($f(n) = n - 1$). Contamos con la participación de 14 alumnos de 3 años, 11 alumnos de 4 años y 12 alumnos de 5 años. Las sesiones se realizaron en sus respectivas aulas.

3.1. Recogida de la información

Las tareas implementadas en este experimento de enseñanza las diseñamos y discutimos en el grupo de la línea de investigación donde está inmerso este artículo (www.pensamientoalgebraico.es), el cual está compuesto por expertos en didáctica de la matemática. En el diseño de las tareas consideramos los siguientes criterios: (a) contexto cercano para el alumno; (b) enfoque funcional, en el cual interactúan dos conjuntos de números naturales que covarian; (c) función involucrada en el problema de la forma $f(n) = n + m$, con n y m , y números naturales; y (d) números naturales como conjunto numérico involucrado, tanto en el dominio como en el recorrido. La intención es que los números empleados no fueran una dificultad adicional para ellos. Al trabajar con alumnos de 3 a 5 años, consideramos el ámbito numérico correspondiente a su curso y al siguiente como valores particulares para la introducción de la tarea y para la hoja de trabajo. Para guiarlos hacia la generalización, propusimos valores lejanos a su ámbito numérico conocido.

El contexto general del experimento de enseñanza fue la compra de los elementos necesarios, sin que sobre ni falte ninguno, para una fiesta de cumpleaños. En particular, en la sesión 3 debíamos comprar zumos, pero uno de los niños invitados a la fiesta no tomaba zumo. La función involucrada era $f(n) = n - 1$, donde n representa los niños que asistían a la fiesta. La variable independiente era la cantidad de personas en la fiesta y la dependiente la cantidad de zumos que debían comprar. Los valores de la variable independiente por los que preguntamos están en la siguiente tabla (ver Tabla 2).

Tabla 2. Valores de la variable independiente planteados

Curso	Casos particulares: introducción de la tarea	Casos particulares: hoja de trabajo	Casos lejanos: generalización
3 años	1, 3, 4 y 6	2 y 5	7 y 10
4 años	1, 3, 4, 6 y 8	2, 5 y 7	10 y 20
5 años	1, 3, 4, 7, 8 y 9	2, 5, 6, 10 y 20	100

Los materiales con los que trabajamos y que estuvieron a disposición de los alumnos fueron varios dibujos con velcros de caras de niños (invitados) y varias cajitas de zumos, los cuales podrían ser pegados en un franelograma. Además, contamos con una tabla en la cual escribimos las parejas de datos que obtuvimos de los casos particulares. Para el trabajo individual contamos con hojas de trabajo, donde debían incluir valores pedidos.


Cada sesión tuvo una duración de 40 minutos y contó con la participación de dos investigadoras. Una de ellas —primera autora de este trabajo— dirigió la sesión. Otra investigadora ayudó con las cámaras y servía de apoyo. Seguimos con la estructura de la clase antes descrita. En la asamblea, todos los alumnos se sentaron en la alfombra formando un semicírculo. Comenzamos recordando el contexto de la fiesta de cumpleaños y lo que se necesitaba. Ya habían comprado los gorros y los globos (en las sesiones anteriores). A continuación, contextualizamos la sesión, preguntándoles qué podíamos hacer para la compra de zumos si un niño no tomaba zumo, y les preguntamos por casos particulares y cercanos. Por ejemplo, “¿cuántos zumos necesitas si van dos niños a la fiesta?”, “¿y si van 3?”, o “¿si solo hay un niño en esa fiesta?”. Por cada pareja de datos (número de niños-número de zumos), pedimos a los alumnos que participaran, buscando y pegando las caras de los asistentes al cumpleaños y, después, haciendo predicciones de cuántos zumos son necesarios (ver Figura 1).

Figura 1. Asamblea para introducir la tarea de la sesión y trabajar casos particulares



En un segundo momento, registramos el trabajo de cada alumno en las hojas de trabajo individuales y resolvimos las dudas que pudiesen aparecer. En la Figura 2 mostramos las hojas de trabajo entregadas a los niños de 3, 4 y 5 años, respectivamente. Se observa la diferencia entre los cursos por el ámbito numérico, el número de casos particulares planteados y la forma en que planteamos las preguntas.

Figura 2. Hojas de trabajo individual




ACTIVIDAD INDIVIDUAL INFANTIL DE 3 AÑOS. 3ª SESIÓN
"El cumpleaños de Paco"

Nombre: _____ Nº: _____

3 - Los Zumos

Niños y niñas	Zumos
2 = ☺ ☺	
5 = ☺ ☺ ☺ ☺ ☺	




ACTIVIDAD INDIVIDUAL INFANTIL DE 4 AÑOS. 3ª SESIÓN
"El cumpleaños de Paco"

Nombre: _____ Nº: _____

3 - Los Zumos

Niños y niñas	Zumos
2 = ☺ ☺	
5 = ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺	
7 = ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺	



ACTIVIDAD INDIVIDUAL INFANTIL DE 5 AÑOS. 3ª SESIÓN
"El cumpleaños de Paco"

Nombre: _____ Nº: _____

3 - Los Zumos

Niños y niñas	Zumos
2 ☺ ☺	
5 ☺ ☺ ☺ ☺ ☺	
6	
10	
20	

Por último, tras terminar la actividad individual, volvieron a la asamblea para poner en común los valores solicitados en el trabajo individual, los cuales escribimos en la Tabla 2. Les consultamos por la relación entre los valores y cómo saber cuántos zumos eran necesarios sin tener que contarlos. Les preguntamos por casos lejanos. Por ejemplo, en 3 años les preguntamos cuántos zumos había que comprar si en la fiesta había 7 niños, y por la generalización, utilizando expresiones como "muchos" o una "megafiesta", "si va toda tu familia" o "si hacemos la fiesta en el salón"; en el caso de la generalización en 4 años, preguntamos por los zumos necesarios para los niños que asistieron a la fiesta de aniversario, celebración realizada la semana anterior en el colegio. Tratamos de buscar en conjunto estrategias que los lleven a respuestas correctas.

Grabamos las sesiones en vídeo, con una cámara estática colocada al final de la clase. Esto permite ver cada una de las intervenciones de los alumnos en la sesión (Figura 1). También recogimos las producciones escritas de los alumnos a través de las hojas de trabajo individual (Figura 2).

3.2. Categorías y análisis de datos

Analizamos la información procedente de la asamblea (al inicio y al final de la sesión) y las producciones escritas de los alumnos que tenemos escaneadas y que se realizaron de forma individual. Analizamos los vídeos de la sesión, seleccionando episodios que evidenciaran diferentes tipos de estrategias y expresiones que relacionaran las variables y los llevaran a la generalización.

Las categorías que utilizamos para el análisis de la información recogida surgen del interés investigador de este trabajo y son: (a) generalización, (b) estrategias y (c) representaciones.

Para la categoría generalización hemos considerado tres subcategorías: (a) reconocer la regularidad en casos cercanos, donde el alumno identifica una regularidad en casos cercanos a su ámbito numérico; (b) en casos lejanos, el alumno identifica una regularidad para los casos que están fuera de su ámbito numérico; y (c) en la generalización, el alumno expresa una regla general que sirve para todos los casos posibles. En cuanto a las subcategorías de estrategias, por la edad del alumnado y la naturaleza exploratoria del estudio, emergieron del análisis de los datos recogidos, y las detallaremos en el apartado de resultados y discusión (Tabla 4). En la categoría representaciones, consideramos la representación pictórica, cuando utiliza un dibujo para dar solución al problema planteado; y numérica, cuando el alumno entrega un número como respuesta.

Después de la sesión, las autoras de este trabajo revisamos las respuestas de los alumnos e hicimos una primera codificación. Cada investigadora, por separado, analizó y clasificó las representaciones y estrategias que usaron para resolver la tarea y las expresiones que utilizaron al generalizar. Luego compartimos los resultados y llegamos a consenso en aquellos casos que planteaban dudas, hasta que acordamos las categorías asignadas a cada respuesta. Al ser una cantidad relativamente pequeña de datos, pudimos revisar cada uno de ellos de forma exhaustiva, esperando encontrar nuevas subcategorías.

Utilizamos una planilla de cálculo para la asignación de las categorías de la sesión grupal y en la actividad individual. Asignamos a cada alumno el nombre "A<curso>-<n.º de lista>" para mantener el anonimato. Por ejemplo, A3-12 es el alumno del aula de 3 años que ocupa la posición 12. Representamos con una I a la investigadora. Registramos y organizamos la información a través de hojas de cálculo. Transcribimos los extractos de vídeo que eran interesantes y que evidenciaban la generalización.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para la presentación de resultados, seguimos los focos de esta investigación —representaciones, estrategias y generalización—. Para cada uno de ellos, mostramos ejemplos de las producciones escritas de los alumnos y extractos de los diálogos generados en la asamblea.

4.1. Representaciones

En la tabla 3 presentamos las representaciones identificadas en las producciones escritas utilizadas por los alumnos. Identificamos el uso de dos representaciones, la pictórica y la numérica.

Tabla 3. Representaciones

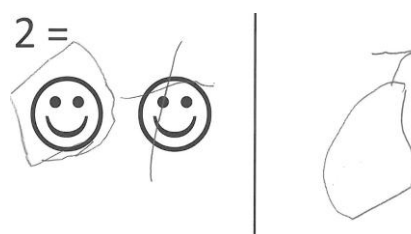
Curso	N.º de participantes	Representación pictórica	Representación numérica
3 años	14	6 (43 %)	-
4 años	11	11 (100 %)	-
5 años	12	9 (64 %)	3 (36 %)

En la Tabla 3 observamos un predominio de la representación pictórica, siendo la única representación utilizada en las edades de 3 y 4 años. En 5 años hay 3 alumnos que utilizaron la representación numérica, pero continúa el predominio de la representación pictórica también en este curso.

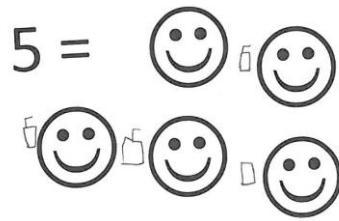
En el análisis de las producciones escritas encontramos algunos casos que destacan por su originalidad, por las representaciones que emplean. A continuación, seleccionamos un ejemplo de cada curso para evidenciar de la mejor manera la representación utilizada por el alumno.

En la Figura 3 vemos que A3-4 utilizó la representación pictórica para determinar cuántos zumos son necesarios, dibujando uno en la columna de la variable dependiente.

Figura 3. Trabajo individual de A3-4



A4-1 utilizó la representación pictórica, dibujando al lado de cada cara un zumo, excepto para un niño (que no tomaba zumo) (ver Figura 4).

Figura 4. Trabajo individual de A4-10

A5-16 utilizó la representación pictórica únicamente (ver Figura 5). Dibujó las caras de los niños junto al 6 dado para el número de niños. En el espacio designado en la tabla para los zumos, dibujó los necesarios para los 6 niños.

Figura 5. Trabajo individual de A5-16

Los tres ejemplos presentados anteriormente evidencian representaciones que ayudan a establecer una relación entre las variables involucradas. En el siguiente apartado veremos que detrás de estas representaciones también podemos encontrar estrategias asociadas.

4.2. Estrategias

En el trabajo con todos los alumnos de cada curso, reconocemos dos tipos de estrategias que emergieron: (a) estrategias físicas, cuando la acción se centra en un objeto o en su cuerpo, y (b) estrategias cognitivas, cuando la acción se centra en un número o elemento abstracto. En la Tabla 4, se encuentran las subcategorías y su descripción para la función $f(n) = n - 1$.

Tabla 4. Estrategias utilizadas en la función $f(n) = n - 1$

Tipos de estrategias	Subcategoría	Descripción	Alumnos
Estrategias físicas	Tapar / aislar/ quitar / tachar una carita	Descartan al niño que no toma zumo	A3-1, A3-4, A3-9, A3-11, A5-2, A5-10
	Conteo de figuras	Cuentan los zumos pegados en el franelograma	A3-9, A5-10
	Contar con los dedos	Utilizan los dedos para contar los zumos	A3-5
	Ordenar los elementos, colocar un zumo cerca de la cara	Colocan un zumo en la cara de cada niño o cerca de ella, de manera de ordenarlos	A3-1, A3-2, A3-9, A3-14, A4-2, A4-11, A4-13, A4-14, A5-7

Tipos de estrategias	Subcategoría	Descripción	Alumnos
Estrategias cognitivas	Concretizar	Asignar un valor concreto a lo desconocido	A3-5, A3-9, A5-2, A5-9
	Conteo hacia atrás	Contar hacia atrás desde el número dado	A4-10
	Recordar que uno no toma zumo	Dar por respuesta la misma cantidad de niños que de zumos y recordar que uno no toma para luego rectificar	A4-14, A5-2, A5-10
	Restar 1	Restar uno a la cantidad de niños en la fiesta	A5-14

A continuación, para la clase de 3 años, transcribimos el fragmento de la entrevista donde se aprecia el trabajo con casos particulares cercanos y la estrategia física de ordenar los elementos. En este caso, interactúa la investigadora con los alumnos A3-1, A3-2 y A3-9.

I: Si ahora hay tres niños en la fiesta, ¿cuántos zumos tenemos que comprar?

A3-9: A este no le gustan, a este sí y a este sí (indicando con su dedo las caritas de niños en el franelograma).

I: ¿Cuántos zumos compramos?

A3-1: Dos, para este y este [coge las figuras de dos zumos y se las pone en la boca a las caritas].

I: ¿Y este por qué no tiene zumo?

A3-2: Porque toma leche.

Cuando les preguntamos por los zumos necesarios para 4 niños, los alumnos van buscando otras estrategias que expliquen sus respuestas. A continuación, rescatamos el siguiente fragmento de la clase, que permite evidenciar las estrategias de aislar o tapar al niño que no toma zumo y ordenar los elementos colocándolos en la boca de los que sí toman zumo, para luego contarlos. En el siguiente fragmento podemos apreciar cómo el investigador interactúa con los alumnos A3-1, A3-4, A3-9, A3-11 y A3-14.

I: Pensemos, ¿cuántos zumos necesito aquí? [Hay cuatro caras en el franelograma].

A3-4: Tres zumos.

I: ¿Por qué tres?

A3-4: Porque a este le gusta la leche. [Pone la carita del niño alejada de los otros tres niños].

[Les dimos caritas a seis alumnos para poner en el franelograma, pero uno tardó en colocarla].

A3-11: Son cuatro zumos.

I: ¿Cuatro zumos?

A3-1: A este no le gustan los zumos. [Tapó la cara con las manos].

A3-11: Cuatro zumos para estos que sí le gustan.

I: ¿Cuántos niños hay en esta fiesta? [Terminaron de poner la sexta carita].

A3-1: [Tapando una carita] A este no le gustan.

A3-9: [Contando las caritas] Cinco zumos.

A3-14: [Pone los cinco zumos, uno en la boca de cada carita].

I: ¿Cuántos zumos hay?

A3-14: Cinco.

En el siguiente diálogo se aprecia la utilización de la estrategia física de contar con los dedos y de aislar al niño que no toma zumo; también se aprecia el uso de la estrategia cognitiva de concretizar las cantidades indeterminadas al preguntarle por muchos niños y de recordar que uno no toma zumo. Intervienen los alumnos A3-5, A3-9 y A3-14.

I: ¿Y si hay cinco niños?

A3-5: Cuatro. [Muestra cuatro con los dedos].

I: ¿Por qué cuatro?

A3-5: Porque a uno no le gustan.

I: ¿Y si van muchos niños a la fiesta?

A3-5: Cinco.

I: ¿Y si van diez niños?

A3-14: Diez.

I: ¿Qué pasaba con ese niño? [Le enseña la carita que habían separado del grupo].

A3-9: Pues no le compramos zumo, pero sí le compramos a los otros niños.

En la clase de 4 años, al consultarles por los zumos necesarios para 4 niños, se genera el siguiente diálogo, evidenciando la necesidad de utilizar la estrategia de ordenar los elementos y de quitar al niño que no toma zumo. La investigadora interactúa con los alumnos A4-2, A4-11 y A4-14.

I: ¿Y si van a la fiesta cuatro niños?

A4-2: Son seis zumos. [Pone 2 zumos sobre las cabezas de dos caritas y los otros desordenados en el franelograma].

I: A4-11, ¿Estás de acuerdo con lo que hizo tu compañera? ¿Quieres ir a arreglarlo?

A4-11: No... [Quita algunos zumos del franelograma].

A4-14: Ese que está abajo es del niño que sí le gustan.

A4-13: [Reacomoda otros sobre las caritas].

[Hay cuatro niños y cuatro zumos].

A4-14: Pero a este no le gustan. [Quita del franelograma el zumo del primer niño].

I: ¿Están de acuerdo con su compañera?

[Todos asienten].

Para casos particulares lejanos, rescatamos el siguiente diálogo. En él podemos apreciar la estrategia cognitiva de contar hacia atrás y recordar que uno no toma zumo. Intervienen los alumnos A4-10 y A4-14.

I: ¿Si hay nueve niños en la fiesta? [Participan todos los niños colocando una carita en el franelograma].

A4-10: Nueve zumos.

A4-14: A uno no le gustan los zumos.

I: Mira lo que te está recordando tu compañera, ¿cuántos zumos hay que comprar?

A4-10: Ocho.

I: ¿Por qué?

A4-10: Después del nueve va el ocho. [Cuenta hacia atrás: nueve... ocho].

En el aula de 5 años, al consultarles por casos particulares lejanos, se aprecia que las estrategias físicas que utilizan para convencer a un compañero sobre la cantidad de zumos necesarios son: tapar una carita o retirarla del franelograma, buscar un orden para saber a quién le corresponde qué zumo y contar con los dedos. Sobre las estrategias cognitivas, recordándole que uno de ellos no recibe zumo o restando uno a la cantidad de niños, cuando el número de niños es desconocido, deben concretizar. En este diálogo interactúan la investigadora y los alumnos A5-2, A5-7, A5-9, A5-10, A5-14 y A5-20.

I: Vamos a poner un número grande.

A5-9: Nueve.

[Varios alumnos pusieron las caritas en el franelograma].

I: ¿Cuántos zumos necesito si hay nueve niños en la fiesta?

A5-9: Ocho.

A5-14: Ocho. A uno no le gustan.

A5-20: Cero.

I: ¿Es posible que tengamos que comprar cero zumos para estos niños?

A5-9: No, porque ningún niño tocaría a nada.

A5-2: Ocho... ocho porque a un niño no le gustan los zumos.

I: E5-20 va a salir a buscar los zumos, ¿cuántos zumos necesitas si hay nueve niños?

A5-20: Nueve zumos.

I: ¿Están de acuerdo que si son nueve niños debemos comprar nueve zumos?

Todos: Nooo. [Todos juntos].

I: ¿Cómo le podemos explicar a A5-20 cuántos zumos debe comprar?

A5-2: Si a uno no le gusta el zumo, ¿por qué nueve?

A5-20: Cuatro.

A5-10: A este no le gustan [coge una de las caritas y cuenta el resto]. Son ocho.

I: ¿Cuántos zumos tenemos que comprar A5-20?

A5-20: Dos.

A5-2: Tapamos una carita para que A5-20 pueda contar cuántos son.

A5-10: Hay uno al que no le gustan los zumos, pues hay ocho.

A5-20: Ocho. [Busca ocho dibujos de zumos, y los coloca al final del franelograma].

I: ¿Le darían algún consejo a A5-20?

A5-7: Debería ordenar los zumos para saber a quién le da zumos.

4.3. Generalización

De manera global, los alumnos de los 3 cursos no tuvieron mayor dificultad al responder por los casos particulares y cercanos, pero sí cuando los números por los que les preguntamos fueron mayores. En la Tabla 5 mostramos los alumnos que establecieron la relación entre las variables, dando una o varias respuestas correctas a las preguntas planteadas, según trabajaron con casos cercanos, lejanos o lograron expresiones que evidenciaron la generalización.

Tabla 5. Alumnos que establecen la relación entre las variables

Curso	Casos cercanos	Casos lejanos	Generalización
3 años	A3-1, A3-2, A3-4, A3-9, A3-11, A3-14 (43 %)	A3-4, A3-5, A3-9, A3-14 (29 %)	A3-9 (7 %)
4 años	A4-2, A4-10, A4-11, A4-13, A4-14 (45 %)	A4-10, A4-11, A4-14 (27 %)	A4-10, A4-14 (18 %)
5 años	A5-2, A5-3, A5-7, A5-9, A5-10, A5-14, A5-16, A5-17, A5-20 (75 %)	A5-2, A5-7, A5-9, A5-10, A5-14, A5-20 (50 %)	A5-2, A5-7, A5-9, A5-10, A5-14 (42 %)

Seis de los 14 alumnos de 3 años (A3-1, A3-2, A3-4, A3-9, A3-11, A3-14) que asistieron a esta sesión contestaron por casos cercanos, y cuatro (A3-4, A3-5, A3-9 y A3-14), por casos lejanos. A3-9 fue el único que expresó una idea que sirve para cualquier caso, al decir: “Pues no le compramos zumo (al niño que no le gustan), pero sí le compramos a los otros niños”, sin importar cuántos son los “otros niños”.

En el aula de 4 años, cinco alumnos contestaron por casos cercanos (A4-2, A4-10, A4-11, A4-13, A4-14), tres de ellos por casos lejanos (A4-10, A4-11, A4-14) y dos por la generalización (A4-10, A4-14). En el siguiente diálogo se evidencia esta generalización, al establecer una estrategia que sirve para todos los casos posibles, ya que A4-10 consideró que era el número que venía antes.

I: Cuando hay siete niños en la fiesta, ¿cuántos zumos debemos comprar?

A4-14: [Va cogiendo uno a uno los zumos y los pega en el franelograma] A este sí le gustan, a este no le gustan... [Deja uno sin zumo].

I: ¿Y si hay ocho niños?

A4-10: Compramos siete y dejamos a uno que no le gustan.

I: ¿Si hay nueve niños en la fiesta?

A4-10: Ocho.

I: ¿Por qué?

A4-10: Después del nueve va el ocho. [Cuenta hacia atrás: nueve... ocho].

En 5 años, 9 de los alumnos establecen una relación para casos cercanos (A5-2, A5-3, A5-7, A5-9, A5-10, A5-14, A5-16, A5-17, A5-20), seis de ellos para casos lejanos (A5-2, A5-7, A5-9, A5-10, A5-14, A5-20) y cinco alumnos generalizan (A5-2, A5-7, A5-9, A5-10, A5-14). En el siguiente fragmento se observa la interacción de la investigadora con varios alumnos.

I: Si hay siete niños.

A5-2: Tenemos siete, le quitamos un dedo porque hay un niño que no le gustan los zumos y son seis.

I: Ocho niños, ¿cuántos zumos?

A5-10: Siete.

A5-14: Siete, a un niño no le gustan los zumos.

I: ¿Si son diez niños?

A5-2: Nueve.

A5-14: Diez más diez y, si a uno no le gustan los zumos, tenemos que quitar uno.

I: ¿Diez más diez?

A5-7: Diez más diez son veinte, le quitamos uno y son noventa y nueve zumos [une los nueve de cada uno de los diez que conforman veinte].

A5-10: Si hay diez y le restamos uno, ahí están los nueve.

I: ¿Y si vinieran muchos niños?

A5-14: Muchos zumos... ¿y le quitamos el del niño que no le gustan los zumos?

5. CONCLUSIONES

El objetivo principal de esta investigación era analizar las relaciones que establecen alumnos de infantil al trabajar en una tarea de generalización desde un enfoque funcional del álgebra. Lo logramos con el análisis de las sesiones y las producciones escritas de los alumnos.

En cuanto al logro de los objetivos específicos, identificamos y describimos las estrategias y representaciones que utilizan para resolver la tarea. Las estrategias identificadas que emergieron de este estudio las distinguimos en: (a) estrategias físicas, cuando la acción se centra en un objeto o en su cuerpo (por ejemplo, tapar un elemento, dar un orden a los elementos, contar las figuras o contar con los

dedos), y (b) estrategias cognitivas, cuando la acción se centra en un número o elemento abstracto (por ejemplo, contar hacia atrás, restar 1 o recordar que uno no toma zumo y rectificar). Esta tipología de estrategias es una contribución de esta investigación. Las representaciones que los alumnos utilizaron fueron pictóricas y numéricas. Identificamos las expresiones que utilizaron al generalizar, mostrando ejemplos. Estas expresiones son diferentes según la edad. En 5 años, los argumentos son mucho más elaborados que en los niveles inferiores, lo que concuerda con investigaciones como la de Blanton y Kaput (2004).

Analizamos las sesiones en vídeo y transcribimos algunos episodios que evidenciaban el trabajo con casos cercanos, lejanos e indeterminados. En la Tabla 5 se aprecia que en los diferentes cursos hay 20 alumnos que establecieron el resultado correcto para casos cercanos (43 %, 45 % y 75 %, respectivamente por curso), 13 alumnos para casos lejanos (29 %, 27 % y 50 %, respectivamente) y solo 8 lograron expresiones que sirvieron para resolver casos indeterminados (7 %, 18 % y 42 %, respectivamente). Tiene sentido pensar aquí en el desarrollo del razonamiento inductivo (en términos de Cañadas y Castro, 2007), ya que partieron de casos particulares y encontraron regularidades en casos cercanos, consolidando estos hallazgos para casos lejanos y tratando de buscar expresiones que los ayuden a generalizar y a identificar estructuras que los lleven a pensar funcionalmente (Papic et al., 2011; Pincheira y Alsina, 2023).

Un aporte de esta investigación es el trabajo mostrado de niños de educación infantil en contextos funcionales donde la función implicada es $f(n) = n - 1$. Las investigaciones consultadas involucraban la suma o la multiplicación. El trabajo con los tres cursos de infantil permite una visión amplia de las respuestas dadas por estudiantes de los tres cursos de este nivel educativo.

En los diálogos mostrados como ejemplos en este estudio, evidenciamos que en los dos primeros cursos (3 y 4 años) se gestiona una respuesta grupal, la cual construyen en conjunto todos los alumnos de la clase. En cambio, en la clase de 5 años, cada estudiante sabía la respuesta. Era una respuesta personal, previa a la opinión de los otros alumnos. Este no era un objetivo de la investigación, pero lo destacamos como hallazgo dentro de la observación del trabajo en el aula.

Emergió la necesidad de llegar a consensos sobre las estrategias que los podían ayudar a solucionar el problema. Por ejemplo, en 4 años, el primer consenso fue ordenar los elementos en el franelograma para que después se pudiera asociar una carita con un zumo sobre ella. Además, hubo que recordar que un niño no tomaba zumo.

En 5 años, que uno de los alumnos no pudiera encontrar el número de zumos necesarios para 9 niños, ayudó a que los demás verbalizaran la función y que buscaran diferentes estrategias para convencer al compañero. Se aprecia que los argumentos de los alumnos de cinco años son más firmes que los de los estudiantes de menor edad, ya que defendieron una posición sobre la veracidad de su respuesta. En 4 años encontraron dificultad cuando se les preguntó por los zumos necesarios para 4 niños, a pesar de que 4 no es un número que quede fuera de su ámbito numérico. Rehacer una respuesta fue lo que supuso una dificultad.

Esta investigación aporta evidencias de trabajo sobre pensamiento funcional que es posible realizar en el aula regular de educación infantil. Sabemos que estos hallazgos no son generalizables a toda la población por la intencionalidad de la muestra, pero sí orientan a futuras investigaciones y también al trabajo de los docentes. Es viable la introducción de funciones que involucran la sustracción en educación infantil, ya que los alumnos lograron resolver la tarea a través de diferentes representaciones y empleando estrategias variadas para llegar o aproximarse a la generalización. Sugerimos su inclusión desde este nivel educativo para que desarrollen habilidades algebraicas adecuadas a su edad y que además puedan ser útiles para introducir el sentido algebraico, que trabajarán en educación primaria.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se ha realizado en el Proyecto PID2020-113601GB-I00 y PID2024-157106NB-I00, financiados por MCIN/AEI/10.13039/501100011033, Agencia Estatal de Investigación (AEI) de España y por ANID y su programa de beca de doctorado en el extranjero N.º 72210402, Gobierno de Chile.

REFERENCIAS

- Acosta, Y., & Alsina, Á. (2024). Modos de pensamiento algebraico en educación infantil: Efectos de un itinerario de enseñanza de patrones de repetición. *PNA*, 18(2), 189–222. <https://doi.org/10.30827/pna.v18i2.26256>
- Blanton, M. L., Isler-Baykal, I., Stroud, R., Stephens, A., Knuth, E., & Gardiner, A. M. (2019). Growth in children's understanding of generalizing and representing mathematical structure and relationships. *Educational Studies in Mathematics*, 102(2), 193–219. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09894-7>
- Blanton, M., & Kaput, J. (2004). Elementary grades students' capacity for functional thinking. En M. Jonsen Hoines & A. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 135–142). PME.
- Brizuela, B. M., Blanton, M. L., Sawrey, K., Newman-Owens, A., & Gardiner, A. (2015). Children's use of variable notation to represent their algebraic ideas. *Mathematical Thinking and Learning*, 17, 34–63. <https://doi.org/10.1080/10986065.2015.981939>
- Butto, M., & Rojano, M. T. (2009). *Pensamiento algebraico temprano*. X Congreso Nacional de Investigación Educativa. Área 5: Educación y conocimientos disciplinares. México.
- Callejo, M. J., García-Reche, A., & Fernández, C. (2016). Pensamiento algebraico de estudiantes de educación primaria (6-12 años) en problemas de generalización de patrones lineales. *AIEM-Avances de Investigación en Educación Matemática*, 10, 5–25. <https://doi.org/10.35763/aiem.voi10.106>
- Cañadas, M. C., & Castro, E. (2007). A proposal of categorisation for analysing inductive reasoning. *PNA*, 1(2), 69–81.
- Cañadas, M. C., Brizuela, B. M., & Blanton, M. (2016). Second graders articulating ideas about linear functional relationships. *The Journal of Mathematical Behavior*, 41, 87–103. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.10.004>
- Cañadas, M. C., & Molina, M. (2016). Una aproximación al marco conceptual y principales antecedentes del pensamiento funcional en las primeras edades. En E.

- Castro, E. Castro, J. L. Lupiáñez, J. F. Ruiz-Hidalgo, & M. Torralbo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Luis Rico* (pp. 209–218). Comares.
- Castro, E., Cañadas, M. C., & Molina, M. (2017). Pensamiento funcional mostrado por estudiantes de educación infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 6(2), 1–13. <https://doi.org/10.24197/edmain.2.2017.1-13>
- Duval, R. (1993). Semiosis y noesis. En E. Sánchez & G. Zubieta (Eds.), *Lecturas en Didáctica de la Matemática: Escuela Francesa* (pp. 118–144). Sección de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.
- Fuentes, S., & Cañadas, M. C. (2021). Funciones $f(x)=3x$ y $f(x)=5x$ en primero de primaria: Estrategias y representaciones utilizadas por alumnos. En P. D. Diago, D. F. Yáñez, M. T. González-Astudillo, & D. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 267–275). SEIEM.
- Fuentes, S., & Cañadas, M. C. (2022). Evidencias de pensamiento funcional en una niña de 4 años: Estrategias y representaciones. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas, & J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 269–276). SEIEM.
- Goldin, G. A. (1993). The IGPME working group on representations. En I. Hirabayahi, N. Nuluhiko, S. Keiichi, & L. Fou-Lai (Eds.), *Proceedings of the 7th International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, p. 96). University of Tsukuba.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. (2010). *Metodología de la investigación* (5ª ed.). McGraw Hill.
- Janvier, C. (Ed.). (1987). *Problems of representations in the teaching and learning of mathematics*. Lawrence Erlbaum Associated.
- Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? En J. J. Kaput, D. W. Carraher, & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 5–18). Lawrence Erlbaum Associates.
- Molina, M., Castro, E., Molina, J., & Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, 29(1), 75–88.
- Morales, R., Cañadas, M., Brizuela, B., & Gómez, P. (2018). Relaciones funcionales y estrategias de alumnos de primero de educación primaria en un contexto funcional. *Enseñanza de las Ciencias*, 36(3), 59–78. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2472>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Autor.
- Papic, M. M., Mulligan, J. T., & Mitchelmore, M. C. (2011). Assessing the development of preschoolers' mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(3), 237–269. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.42.3.0237>
- Pincheira, N., & Alsina, Á. (2021). Hacia una caracterización del álgebra temprana a partir del análisis de los currículos contemporáneos de Educación Infantil y Primaria. *Educación Matemática*, 33, 153–180. <https://doi.org/10.24844/em3301.06>
- Pincheira, N., Alsina, Á., & Acosta, Y. (2023). Avances en la didáctica del álgebra en educación infantil: Vinculando conocimientos y tipos de pensamiento algebraico. *Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 115, 7–29.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. University Press.

- Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la educación primaria. (2022a). *Boletín Oficial del Estado*.
- Real Decreto 95/2022, de 1 de febrero, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la educación infantil. (2022b). *Boletín Oficial del Estado*.
- Rico, L. (1997). Consideraciones sobre el currículo de matemáticas para educación secundaria. En L. Rico (Coord.), *La Educación Matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 15–38). Horsori.
- Torres, M. D., Moreno, A., & Cañadas, M. C. (2021). Generalization process by second grade students. *Mathematics*, 9(10), Article 1109. <https://doi.org/10.3390/math9101109>
- Warren, E., Miller, J., & Cooper, T. J. (2013). Exploring young students' functional thinking. *PNA*, 7(2), 75–84. <https://doi.org/10.30827/pna.v7i2.6131>

∞

Sandra Fuentes

Universidad de Granada (España)

sandrafuentesm@gmail.com | <https://orcid.org/0000-0002-1249-0233>

Contribución: conceptualización, curación de datos, análisis formal, investigación, metodología, software, supervisión, validación, visualización, redacción, revisión y edición.

María C. Cañadas

Universidad de Granada (España)

mconsu@ugr.es | <https://orcid.org/0000-0001-5703-2335>

Contribución: conceptualización, curación de datos, análisis formal. adquisición de fondos, investigación, metodología, administración del proyecto, recursos, software, supervisión, validación, visualización, redacción, revisión y edición.

Recibido: 24 de marzo de 2023

Aceptado: 3 de diciembre de 2024

Generalization of the Function $f(n)=n-1$ in Children from a Functional Approach to Algebra

Sandra Fuentes @ , María C. Cañadas @ 

Universidad de Granada (España)

This work is part of a research project on algebraic thinking in preschool and primary school students (www.pensamientoalgebraico.es/en) developed in Spain. The research objective of this document is to analyze the relationships between variables, representations, and strategies that preschool students demonstrate when working on a generalization task. We implemented a teaching experiment consisting of four sessions in the 3- and 4-year-old preschool classrooms and five sessions in the 5-year-old preschool classroom. We analyzed the work from one of the sessions, which related the number of children invited to a birthday party and the number of juice boxes needed, assuming that one child does not drink juice box ($f(n) = n - 1$). We considered it interesting to analyze this session, since the function $f(n) = n - 1$ is one of the least explored functions in the existing literature. The session was conducted in three phases: (a) introduction, where students confronted the task and the context, exploring specific cases close to their numerical field and discussing possible answers; (b) individual work, through a written test, we individually explored previously unseen values; and (c) assembly, at this point in class, cases that fall outside their numerical scope are analyzed, seeking and socializing strategies that lead to generalization. In the students' written productions, pictorial representation predominated, using drawings to respond to the particular cases they were asked about. In the strategies, we identified physical strategies, when the student uses his body to express the answers, for example, covering one of the juices with his hands, and cognitive strategies, when the student uses abstract elements in his answers, such as subtracting one from the number of children at the party or remembering the number that comes before. Some students achieved generalization, indicating that "we will not give this child a juice box because he does not like it" to reflect the "-1" implied in the function, regardless of the number of children they are asked about. This research contributes to teaching by detailing the process of creating a teaching experiment, a useful tool for classroom work, with examples of its implementation in early childhood education classrooms, its analysis, and the responses provided by students.