AIEM

AVANCES DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Revista de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática

ISSN-e 2254-4313 | (2025) 27, 67-85 | aiem.es

seiem.es

Razonamiento geométrico promovido en tareas de libros de texto de educación secundaria de Chile

Geometric Reasoning Promoted in Tasks of Secondary Education Textbooks in Chile

Guadalupe Morales-Ramírez @ [1], Luis R. Pino-Fan @ [2], Jesús G. Lugo-Armenta @ [1], Sofía Caviedes Barrera @ [1]

[1] Universidad de Los Lagos (Chile)
[2] Universidad de Sonora (México)

Resumen ∞ Se estudia la caracterización de los procesos subyacentes al razonamiento geométrico que promueven los libros de texto de educación secundaria de Chile. Para ello, se consideran las tareas correspondientes al eje temático de geometría. Se realiza un análisis de contenido, utilizando herramientas del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática, con el fin de identificar los objetos y procesos matemáticos promovidos en las tareas de los libros de texto. Los resultados muestran que, si bien todas las tareas analizadas promueven algún tipo de proceso (visualización, medición, construcción, representación y deducción), predomina el proceso de medición que pone en juego procedimientos aritmético-algebraicos, lo que va en detrimento del razonamiento geométrico en las prácticas etiquetadas como geométricas en los libros de texto.

Palabras clave ∞ Libros de texto; Instrucción matemática; Razonamiento geométrico; Conceptos geométricos; Objetos primarios

Abstract ∞ The characterization of the processes underlying geometric reasoning promoted by Chilean secondary school textbooks is studied. For this, the tasks corresponding to the thematic axis of geometry are considered. A content analysis is carried out, using tools of the ontosemiotic approach to mathematical knowledge and instruction, to identify the mathematical objects and processes that are promoted in the textbook tasks. The results show that, although the tasks analyzed promote some type of process (visualization, measurement, construction, representation, and deduction), the measurement process that brings into play arithmetic-algebraic procedures predominates, which is detrimental to geometric reasoning in the geometrical labeled practices of the textbooks.

Keywords ∞ Textbooks; Mathematical instruction; Geometric reasoning; Geometric concepts; Primary objects

Morales-Ramírez, G., Pino-Fan, L. R., Lugo-Armenta, J. G., & Caviedes Barrera, S. (2025). Razonamiento geométrico promovido en tareas de libros de texto de educación secundaria de Chile. *AIEM - Avances de investigación en educación matemática*, 27, 67-85. https://doi.org/10.35763/aiem27.5881

1. Introducción

Los libros de texto juegan un papel fundamental en la educación matemática (Hadar, 2017), pues reflejan el tratamiento del contenido matemático que declara el currículo, siendo un recurso didáctico que impacta directamente en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Barrantes et al., 2015; González y Sierra, 2004; Jones y Fujita, 2013). Algunas investigaciones (Chico y Montes, 2023; Hadar, 2017; Fujita y Jones, 2003) señalan que el análisis de los libros de texto permite identificar fortalezas y debilidades sobre su uso en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Además, proporcionan oportunidades para aprender matemáticas que pueden ser aprovechadas por profesores y estudiantes (Charalambous et al., 2010; Hadar, 2017). Así, las tareas geométricas presentadas en los libros de texto proporcionan oportunidades para el desarrollo de razonamiento geométrico, aunque sin ser determinantes de lo que puede ser desarrollado en el aula.

Por otra parte, Dimmel y Herbst (2015) reconocen que los diagramas en los libros de texto muestran características visuales que permiten transmitir significados, siendo un medio semiótico para la alfabetización visual en geometría. Sin embargo, es común que las tareas geométricas presentadas en los libros de texto tiendan a utilizar representaciones convencionales y sean estereotipadas por conceptos de figuras geométricas (Barrantes et al., 2015; Chico y Montes, 2023; Fujita y Jones, 2003; Stylianides, 2009).

Por su parte, Otten et al. (2014) identifican que las tareas geométricas que promueven los libros de texto en secundaria de los Estados Unidos incluyen una cantidad alta de tareas de razonamiento y demostración, en detrimento de aquellas que requieren procesos deductivos, lo que confirma que las tareas geométricas escolares priorizan actividades de razonamiento y demostración más que en otros temas matemáticos.

El eje de *geometría* que declara el currículo de matemática de enseñanza secundaria (12 a 15 años) del Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC) destaca por articular diversos contenidos matemáticos (p. ej., patrones y álgebra; álgebra y funciones) y por su relación con el razonamiento deductivo. El estudio de la geometría se basa en el desarrollo de distintas habilidades (espaciales, mediciones, representaciones y construcciones), vinculadas al uso de definiciones, y propiedades de polígonos y cuerpos geométricos (MINEDUC, 2015).

Debido a lo anterior, y a la importancia que otorga el currículo chileno al estudio de la geometría, nos preguntamos ¿qué procesos subyacentes al razonamiento geométrico se promueven con las tareas (y las prácticas asociadas a la solución esperada) de los libros de texto de educación secundaria en Chile? El razonamiento geométrico, y sus respectivos procesos, son fundamentales para que los estudiantes puedan identificar las propiedades de las figuras y cuerpos geométricos, así como sus relaciones, a fin de crear pruebas geométricas (Battista, 2007). Así, el objetivo de este estudio es caracterizar los procesos subyacentes al razonamiento geométrico que promueven los libros de texto de educación secundaria de Chile.

2. Marco teórico

2.1. Procesos del razonamiento geométrico

La capacidad de razonar geométricamente va más allá de memorizar terminologías y aplicar teoremas a situaciones conocidas. Battista (2007) considera que el razonamiento geométrico consiste en "inventar" y utilizar sistemas conceptuales formales para comprender la forma y el espacio, utilizando conjeturas para deducir relaciones y demostrar un teorema o una proposición. Aquí, cobra relevancia el razonamiento en la construcción de pruebas, apoyado de la deducción lógica como un vehículo para verificar enunciados geométricos y mostrar su universalidad, evidenciando la comprensión y explicación de por qué la conjetura podría ser valida (Hershkowitz et al., 1998).

Por otro lado, cuando los estudiantes distinguen y exploran las propiedades de formas y objetos, recurren a sistemas conceptuales formales. En este contexto, el razonamiento visual es componente clave en la actividad geométrica, pues se recurre a la capacidad de representar, transformar, comunicar y reflexionar sobre información visual (Hershkowitz et al., 2001), siendo crucial para el aprendizaje y comprensión de conceptos y propiedades geométricas. De esta manera, el razonamiento geométrico considera operaciones lógicas involucradas en la resolución de una tarea, donde la visualización se hace explícita (Duval, 2017; Presmeg, 2008). Al respecto, Duval (2017) señala que la visualización es la secuencia de operaciones que permite reconocer las propiedades geométricas de una figura, siendo necesario realizar una deconstrucción visual de las unidades figurales que se imponen a primera vista para obtener una nueva reconfiguración. Así, el razonamiento visual constituye un aspecto clave en el razonamiento espacial, el que subyace al proceso más general de razonamiento geométrico (Battista, 2007).

El razonamiento espacial refiere a la "capacidad de 'ver', inspeccionar y reflexionar sobre objetos espaciales, imágenes, relaciones y transformaciones" (Battista, 2007, p. 843), existiendo ciertas habilidades y procesos comunes que lo caracterizan, donde se incluye "localizar, orientar, descomponer/ recomponer formas, trazar patrones, reconocer la simetría, transformar y visualizar" (Whitely et al., 2015, p. 5). Dos componentes clave del razonamiento espacial, y también críticos para el razonamiento geométrico, son la visualización espacial y el razonamiento analítico espacial basado en propiedades (Battista et al., 2018). De esta manera, el razonamiento geométrico depende del conocimiento geométrico y el razonamiento espacial (Clements y Sarama, 2011; Seah y Horne, 2020), por lo que resulta interesante ver cómo la promueven los libros de texto en términos de procesos geométricos.

2.2. Razonamiento geométrico desde la perspectiva del Enfoque Onto-Semiótico (EOS)

En el EOS, inicialmente se entiende por objeto matemático a todo aquello que, de alguna manera, está formando parte de la práctica matemática. Por tanto, *ser* objeto matemático es *estar participando*, de alguna manera, en la práctica matemática. Así, todo lo que se pueda "individualizar" en matemáticas será considerado como objeto. El análisis de la actividad matemática revela un primer tipo de objetos que intervienen en las prácticas matemáticas —problemas, conceptos/definiciones, proposiciones, etc.—, a los que nos referiremos aquí como objetos primarios. Los objetos primarios se relacionan entre sí y forman configuraciones, que pueden definirse como redes de objetos intervinientes y emergentes en los sistemas de prácticas.

Font et al. (2013) desarrollan una ontología de objetos matemáticos, sus diferentes tipos, las configuraciones que forman, sus maneras de estar en las prácticas matemáticas, sus formas de existencia, etc. Basándose en estas consideraciones, Font et al. (2013) explican cómo las prácticas matemáticas pueden producir un referente que, implícita o explícitamente, se considera un objeto matemático, y que aparentemente es independiente del lenguaje utilizado para describirlo (llamado objeto secundario). En otras palabras, este objeto sería el contenido al que, explícitamente o no, se refiere globalmente el par: prácticas matemáticas y configuración de objetos primarios que las activan. Dicho de otra manera, una configuración de objetos primarios se considera como definiciones, representaciones, propiedades de un objeto secundario que es independiente de estos objetos primarios. A su vez, un objeto secundario solo se puede hacer operativo mediante el uso de una configuración de objetos primarios. Dada esta simbiosis entre objetos primarios y secundarios, en lo que sigue usaremos la palabra objeto y solo distinguiremos entre primarios y secundarios cuando sea necesario.

Este punto de vista permite considerar el significado de un objeto matemático en términos de prácticas, lo cual posibilita distinguir entre sentido y significado de los objetos matemáticos. El *sentido* corresponde al significado parcial del objeto secundario. Es decir, el significado de un objeto secundario se puede parcelar en distintos tipos de prácticas más específicas o subsistemas de prácticas que pueden ser utilizadas en un determinado contexto (Godino et al., 2019) y en las que intervienen objetos primarios. La relación entre objetos primarios se le conoce en el EOS como configuración ontosemiótica, la cual es de tipo epistémica o cognitiva (Godino et al., 2016). Aquí utilizamos la epistémica, referida al sistema de prácticas que promueve la institución o el currículo.

Las prácticas y los procesos tienen muchos aspectos en común (concatenación, tiempo, ...) por lo que en algunos casos se confunden. Pero tienen suficientes diferencias para no ser identificados. En el EOS se distingue entre práctica, procedimiento y proceso.

Considerando que el razonamiento involucra la puesta en juego de diferentes objetos y procesos, es posible asumir el razonamiento como un macroproceso social y epistémico, en el que se involucran distintos objetos primarios, que pueden ser analizados desde una perspectiva proceso-producto (Aké, 2013; Lugo-Armenta y Pino-Fan, 2021). El EOS considera que un proceso refiere a la "secuencia de acciones que es activada o desarrollada, durante un cierto tiempo, para conseguir un objetivo, generalmente una respuesta (salida) ante la propuesta de una tarea (entrada), sometidas a reglas matemáticas y metamatemáticas" (Rubio, 2012, p. 107).

Así, los objetos y procesos son herramientas que permiten dirigir el análisis de la actividad matemática y dar solución a una situación-problema determinada (Godino et al., 2016). En el EOS, la naturaleza compleja y progresiva de los objetos matemáticos puede ser abordada desde los procesos —generalización/particularización, representación/significación o descomposición/reificación— (Pino-Fan et al., 2018). En este contexto, se asume que el razonamiento geométrico queda definido por las prácticas realizadas para resolver distintas situaciones problemas de tipo geométrico. En estas prácticas emergen gradual, sistemática y progresivamente, objetos matemáticos primarios y procesos vinculados al significado de un determinado objeto matemático (en un contexto geométrico).

3. Metodología

El estudio adopta un enfoque cualitativo de carácter descriptivo. Se realiza un análisis de contenido (Cohen et al., 2007) para profundizar sobre el razonamiento geométrico promovido por una muestra intencional de libros de texto de matemática y sus respectivos cuadernillos de ejercicios (Tabla 1), de 7.º básico a 2.º medio. Estos libros se eligieron por cubrir la escolaridad obligatoria de instituciones públicas y subvencionadas del MINEDUC (2015) y por promover el contenido geométrico de manera progresiva.

Las unidades de análisis fueron las tareas del eje temático de Geometría propuestos por el currículo de matemática. En la primera fase del análisis, se describen las características de las tareas seleccionadas y se identifican los objetos matemáticos primarios que intervienen y emergen del enunciado y de su posible resolución (acorde a lo que promueven los libros de texto). En la segunda fase, se identifica el proceso de razonamiento geométrico que el enunciado y la resolución de la tarea permite desarrollar.

Los datos se registraron en una hoja de cálculo de MS Excel ® para su análisis, distinguiendo los siguientes procesos clave para el desarrollo del razonamiento geométrico: (1) *visualización*, relacionado con el reconocimiento de propiedades, procedimientos de componer-recomponer y transformaciones sobre figuras y cuerpos geométricos; (2) *construcción*, vinculado a procedimientos que involucran instrumentos geométricos (regla, compás, etc.) o software; (3) *medición*, relacionado con procedimientos que involucran cálculos y fórmulas (aritméticos o algebraicos); (4) *representación*, que implica el uso de figuras o dibujos para ilustrar elementos geométricos; y (5) *deducción*, asociado a la enunciación de proposiciones, formulación de conjeturas o uso hipótesis. Los análisis preliminares evidenciaron que es posible categorizar las situaciones/tareas propuestas en los libros de texto (Tabla 1), de acuerdo con los cinco procesos anteriores. En la siguiente sección se presentan procesos geométricos representativos a las tareas que promueven los libros de texto de cada nivel.

Tabla 1. Libros de texto analizados

Nivel escolar	Edad aproximada	Editorial
Séptimo básico	Entre 12 y 13 años	SM (Iturra et al., 2019; Arce, 2019)
Octavo básico		Santillana (Torres y Caroca, 2019a; 2019b)
Primero medio	Entre 14 y 15 años	Santillana (Fresno et al., 2020; Sepúlveda, 2020)
Segundo medio		SM (Díaz, Ortiz, Norambuena et al., 2020; Díaz, Ortiz, Morales et al., 2020)

4. Análisis y resultados

En esta sección se presenta el análisis de las tareas geométricas presentes en el libro de texto y el cuaderno de actividades de 7.º básico a 2.º medio. Luego, se presentan ejemplos que explicitan objetos y procesos movilizados en las tareas geométricas. Finalmente, se muestra la caracterización del razonamiento geométrico a partir de las configuraciones de objetos matemáticos idóneos presentes en los procesos geométricos (medición, visualización, representación, construcción, deducción).

4.1. Análisis del libro de texto y cuaderno de actividades de 7.º básico

Se analizan un total de 201 tareas. Se identifican 102 tareas relacionadas con la medición, las cuales promueven el cálculo mediante la aplicación directa de fórmulas de área y perímetro de polígonos, figuras compuestas, círculo y circunferencia. Por ejemplo, calcular el área total de una agrupación de figuras (triángulos, rectángulos y circunferencias). Aquí, la visualización tiene un rol auxiliar para reconocer propiedades, definiciones y medidas de las figuras, centrando la práctica en procedimientos aritméticos-algebraicos mediante el uso de fórmulas.

Por otro lado, se identifica que 24 tareas promueven el proceso de visualización. Estas tareas demandan la capacidad de reconocer, clasificar o representar figuras geométricas. Por ejemplo, clasificar polígonos a partir del número de lados y de ángulos interiores congruentes. Se identifica el proceso de construcción en 52 tareas, la mayoría promueve elementos notables de un triángulo, y rectas paralelas y perpendiculares. Estas tareas se caracterizan por utilizar regla, compás y software GeoGebra. Por ejemplo, para la construcción de segmentos perpendiculares se solicita el procedimiento de construcción con algún instrumento, para ello, se orienta al estudiante sobre procedimientos de construcciones previas. Por su parte, el proceso de representación es promovido en 16 tareas relacionadas con la posición y desplazamiento de figuras, vectores, y coordenadas en el plano, recurriendo principalmente a la representación de un objeto geométrico (vectores, puntos, eje de simetría, entre otros). Por ejemplo, solicitar la representación en el plano de un triángulo mediante la traslación de un vector. Esta representación no necesariamente involucra instrumentos geométricos, pues la definición es suficiente para dibujarla o trazarla.

Finalmente, el proceso de deducción es promovido en 7 tareas, movilizando la deducción de propiedades o definiciones, el uso de hipótesis, argumentos o justificaciones. De manera general, dicho proceso se apoya en alguna figura geométrica, material concreto o software dinámico.

4.2. Análisis del libro de texto y cuaderno de actividades de 8.° básico

Para este nivel se analizan 172 tareas, 28 de ellas vinculadas al proceso de visualización, particularmente, al estudio de transformaciones isométricas y área de prismas y cilindros. La visualización se pone en juego para reconocer características de las figuras en 2D o 3D. Por ejemplo, al variar el número de lados del polígono base de un prisma. Así, las tareas demandan el uso de *propiedades* y *definiciones*; como la visualización de un cilindro generado por la rotación de un rectángulo, considera las definiciones de ángulo y centro de rotación. Además, la visualización de elementos geométricos en las figuras permite introducir la deducción de fórmulas, siendo este el vehículo para transitar entre un razonamiento intuitivo a uno deductivo.

Por su parte, el proceso de medición es promovido en 88 tareas asociadas al cálculo aritmético y al uso de fórmulas mediante una figura. Por ejemplo, para determinar el área y el volumen de un cilindro se requiere la descomposición de figuras. Se identifica el proceso de construcción en 8 tareas relacionadas, principalmente, a transformaciones isométricas (traslación, rotación y reflexión). Estas tareas involucran el protocolo de construcción mediante el uso del software *GeoGebra*, con el fin de replicarlo, posteriormente, en tareas similares.

Se identifican 48 tareas que enfatizan sobre el proceso de representación de puntos, segmentos, vectores, mediatriz, figuras trasladadas, rotadas y reflejadas, dados algunos elementos geométricos. Por ejemplo, dado un punto rotado se pide representar la preimagen del punto en el plano. Este tipo de tareas son identificadas, principalmente, al estudiar la composición de transformaciones isométricas. Finalmente, las tareas de deducción fueron nulas, pues más de la mitad de las tareas involucraban algún tipo de cálculo numérico-algebraico. Esto puede deberse al contenido geométrico (área, volumen, teorema de Pitágoras y transformaciones isométricas) estudiado en este nivel escolar.

4.3. Análisis del libro de texto y cuaderno de actividades de 1.° medio

Se analizaron 216 tareas, 144 de ellas vinculadas al proceso de medición, centradas en procedimientos de cálculo y apoyadas de contextos y atributos de las figuras y cuerpos geométricos, dadas las medidas. Estas tareas abordan el estudio del perímetro de segmentos, área de sectores circulares y volumen del cono, homotecia, teorema de Thales, y semejanza. Por ejemplo, el cálculo del volumen del cono mediante su fórmula, dada su altura y su radio. Por su parte, el proceso de visualización es promovido en 13 tareas relacionadas con el estudio de la homotecia, homotecia vectorial y semejanza. La mayoría de estas se centran en identificar la razón de homotecia de dos triángulos homotéticos, reconociendo propiedades y atributos perceptibles de triángulos semejantes asociadas a una razón. A pesar de esto, existe un escaso desarrollo de justificación o argumentación, pues las tareas no profundizan en relaciones de semejanza de cuadrados o triángulos equiláteros.

Respecto al proceso de construcción, se identifican 20 tareas que involucran instrumentos geométricos (regla, compás o software). Por ejemplo, la construcción de segmentos proporcionales dada la razón y las particiones del segmento. Por su parte, el proceso de representación es promovido en 23 tareas relacionadas con *conceptos* como: puntos, vectores, figura homotética, razón de homotecia, entre otras. En la representación de polígonos homotéticos se aplica la *definición* de homotecia para determinar la razón.

Respecto al proceso de deducción, se identificaron 16 tareas relacionadas con el estudio de la semejanza y criterios de semejanza. Estas tareas utilizan hipótesis y conjeturas para demostrar una afirmación verdadera. Por ejemplo, para demostrar que dos triángulos equiláteros son semejantes, se usa como hipótesis que sus ángulos son congruentes entre sí, mediante el criterio ángulo-ángulo-ángulo.

4.4. Análisis del libro de texto y cuaderno de actividades de 2.º medio

Se analizaron 99 tareas, 11 de ellas relacionadas con el proceso de visualización y 88 con el proceso de medición aritmética-algebraica. Estas tareas abordan el estudio del volumen y área de la esfera, razones trigonométricas y sus aplicaciones, vectores y trigonometría. Los procesos de representación, deducción y construcción son nulos en este nivel. El proceso de visualización demanda en las tareas la identificación de *propiedades* y características del cono, esfera y cilindro, utilizando diferentes contextos para presentar diferentes representaciones geométricas. Además, en la práctica dicho proceso presenta ciertas dificultades para visualizar que, al rotar un triángulo isósceles o un cuadrado, se genera un cono y un cilindro, respectivamente. Por su parte, las tareas relacionadas con la medición aritmética-algebraica se centran en el cálculo del volumen, radio o área de la superficie esférica. Aquí, es recurrente usar figuras, contextos o ilustraciones para desarrollar un procedimiento. Por ejemplo, determinar el volumen de la esfera inscrita en un cilindro; para ello, se consideran las medidas y fórmulas asociadas a la figura para realizar *procedimientos* en un *lenguaje simbólico*.

A modo de síntesis, la Tabla 2 presenta las tareas que promueven determinados procesos geométricos por nivel educativo.

Tabla 2. Procesos movilizados en tareas de los libros de texto en educación secundaria de Chile

Procesos geométricos	7.º Básico	8.º Básico	1.º Medio	2.º Medio	Subtotal	
	Número de tareas					%
Medición	102	88	144	88	422	61.33
Visualización	24	28	13	11	76	11.04
Construcción	52	8	20	0	80	11.63
Representación	16	48	23	0	87	12.64
Deducción	7	0	16	0	23	3.34
Total					688	100

Es posible observar que las tareas desde 7.º básico a 2.º medio se centran, principalmente, en el *proceso de medición* (aritmética o algebraica). Dicho proceso se apoya de figuras, material concreto e instrumentos geométricos. También se muestra que el *proceso de visualización* se promueve de manera escasa en todos los niveles educativos, y que el *proceso de construcción* es más frecuente en el libro de texto de 7.º básico. En todas las tareas, el proceso de construcción involucra el uso de regla, compás o GeoGebra, mediante un protocolo de construcción que guía al estudiante.

El *proceso de representación* es frecuente en el libro de 8.º básico. Este tipo de tareas pone en juego definiciones o propiedades para replicar o dibujar una figura (con y sin uso de instrumentos). Este proceso es utilizado para responder preguntas relacionadas con procedimientos aritméticos utilizando o no alguna fórmula.

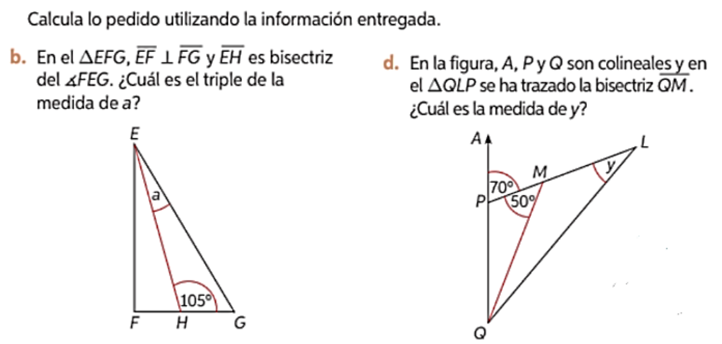
Se observa que el *proceso de deducción* es escaso en los libros de texto de 7.º básico y 1.º medio, mientras que en los libros de 8.º básico y 2.º medio no es promovido. En este tipo de tareas se solicita la deducción de propiedades o fórmulas con uso de figuras.

4.5. Ejemplos de objetos y procesos matemáticos promovidos en tareas de 7.º básico

4.5.1. Tareas de medición

La Figura 1 corresponde a una tarea sobre medición. La consigna es hallar la medida del ángulo interior en un triángulo, a partir de las medidas dadas en la figura.

Figura 1. Ejemplo de tarea de medición 7.º básico



Fuente: Iturra et al. (2019, p. 167).

Para dar respuesta a la tarea de la Figura 1, se promueven definiciones (perpendicularidad, bisectriz, ángulo interior del triángulo, colinealidad, entre otras) y se ponen en juego hipótesis (*e. g.* $\overline{EF} \perp \overline{FG}$ y A, P y Q colineales) que conllevan la aplicación de propiedades (*e. g.* la suma de ángulos interiores de cualquier triángulo es 180°), esto se utiliza para argumentar sobre las medidas halladas. Los procedimientos asociados son cálculos aritméticos mediante un lenguaje aritmético-algebraico y notación propia de la geometría, mientras que las *definiciones* son relevantes para utilizar las propiedades.

Aunque el ejemplo anterior vislumbra la deducción lógica para determinar medidas y el uso de hipótesis para deducir propiedades, destaca la medición y el cálculo de operaciones entre ángulos, desfavoreciendo el razonamiento geométrico.

4.5.2. Tareas de representación

La Figura 2 muestra una tarea utilizando un contexto y *lenguaje natural*. La tarea evoca la representación de una circunferencia inscrita en un rectángulo. Se aplican *conceptos* (superficie, área de rectángulo y circunferencia, y número *pi*) para desarrollar el cálculo de área del rectángulo y círculo y su diferencia entre estas, y así concluir la superficie inaccesible. Si bien el ejemplo (Figura 2) es de carácter aritmético, en este tipo de tareas es necesaria la representación de la figura para aplicar, en parte, la visualización y la medición usando *lenguaje aritmético*.

Figura 2. Ejemplo de tarea de representación

Un caballo se encuentra en un corral rectangular de ancho 7 m y largo de 8 m. En el centro del corral hay una estaca con una cuerda que ata al caballo, pero le permite moverse dentro del corral.

a. Si la cuerda que ata al caballo mide 3 m, ¿cuál es la superficie máxima por la que puede moverse el caballo?

b. ¿Qué superficie del corral sería inaccesible para el caballo?

Fuente: Iturra et al. (2019, p. 140).

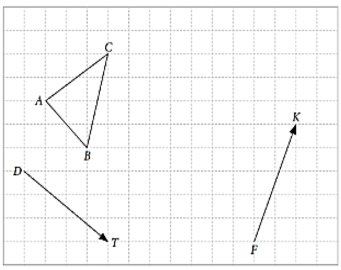
4.6. Ejemplos de objetos y procesos matemáticos promovidos en las tareas de 8.º básico

4.6.1. Tareas de construcción

La tarea de la Figura 4 demanda la construcción de un triángulo, mediante la aplicación de la traslación y uso de regla y compás. El protocolo de construcción demanda utilizar *conceptos* de traslación, vector e imagen de una figura, donde el uso del compás permite marcar los vértices determinados por la dirección y la longitud del vector $\overrightarrow{DT}$. Posteriormente, se traza la figura utilizando la regla. Finalmente, se aplica el mismo procedimiento para hallar la imagen del triángulo ABC, con el vector $\overrightarrow{FK}$. De esta manera, las *definiciones* son fundamentales para realizar el procedimiento de construcción, así como la coordinación del *lenguaje* simbólico e icónico.

Figura 4. Ejemplo de tarea de construcción

Usando regla y compás, traslada el ΔABC según el vector $\overrightarrow{DT}$ y, luego, traslada la imagen obtenida según el vector $\overrightarrow{FK}$.



Fuente: Torres y Caroca (2019b, p. 100).

4.7. Ejemplos de objetos y procesos matemáticos promovidos en las tareas de 1.° medio

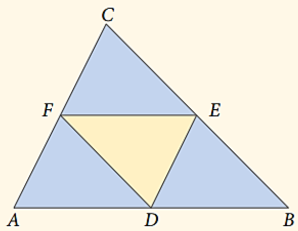
4.7.1. *Tareas de deducción*

La Figura 5 muestra un ejemplo de tareas que bosqueja una demostración formal utilizando hipótesis y conjeturas para el desarrollo del razonamiento deductivo. No obstante, son escasos en el libro de texto y nulos en el cuaderno de actividades. Dicha tarea usa como hipótesis los puntos medios de un segmento y se pide demostrar que dos triángulos son semejantes; se podría conjeturar que los triángulos interiores en el triángulo ABC son congruentes. Se requiere utilizar *lenguaje* simbólico (natural y figural) y *definiciones* tales como: semejanza, ángulos correspondientes, criterios de congruencia, punto medio y segmentos. Por otro lado, se pone en juego el *argumento* que subyace a la propiedad "la suma de ángulos interiores de cualquier triángulo es 180°", para enunciar la *proposición* "el triángulo EFD es semejante con ABC". Este tipo de tareas permiten utilizar hipótesis y conjeturas basadas en lo propuesto y lo deducible; la sinergia entre el *lenguaje* geométrico y figural requiere del razonamiento deductivo. Además, el uso del *lenguaje* geométrico y *propiedades* de las figuras, en la búsqueda de relaciones lógicas, permite al estudiante pasar de calcular magnitudes a la búsqueda de premisas mediante un enunciado y una figura.

Figura 5. Ejemplo de tarea de deducción

Analiza la siguiente figura y responde.

En el triángulo ABC de la figura, D, E y F son puntos medios de los segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{CA}$, respectivamente. **Demuestra** que el triángulo ABC es semejante con el triángulo EFD.



Fuente: Fresno et al. (2020, p. 140).

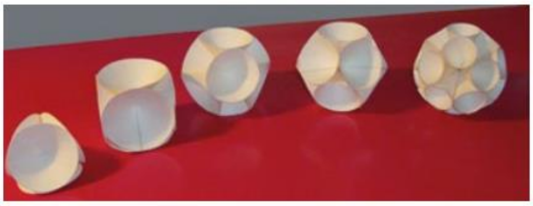
4.8. Ejemplos de objetos y procesos matemáticos promovidos en las tareas de 2.° medio

4.8.1. *Tareas de visualización*

La Figura 8 ejemplifica una tarea que requiere de la visualización de atributos y propiedades perceptibles en una ilustración que muestra la secuencia de figuras construidas con conos de papel. Aquí se utiliza la imaginación y la percepción visual para identificar que la secuencia de conos asemeja una esfera, pues entre mayor es el número de conos hay una mejor aproximación al volumen de la esfera. Así, esta tarea requiere visualizar la relación entre el radio del cono y el volumen de la esfera.

Figura 8. Ejemplo de tarea de visualización

◆ Analiza la siguiente secuencia de figuras construidas con conos de papel.



a. ¿A qué figura se asemejan a medida que aumenta la cantidad de conos en ellas?

b. ¿Qué ocurre con el radio de la base de cada cono a medida que aumenta la cantidad de conos en las figuras?

c. Añadimos dos figuras a la secuencia, una compuesta por 100 conos y otra con 120. ¿A qué figura se asemejan? ¿Cuál de ella se asemeja más a dicha figura? ¿Qué ocurre con el radio basal de cada uno de los conos de las figuras?

Fuente: Díaz, Ortiz, Norambuena et al. (2020, p. 103).

4.9. Procesos geométricos en libros de texto de educación secundaria

En la Tabla 3 se resumen los objetos primarios que emergen de las tareas de los libros de texto y de su posible resolución. La escasa movilización de determinados objetos permite la identificación de aquellos objetos idóneos para cada proceso. La configuración idónea para el *proceso de visualización* desencadena situaciones que demandan prácticas de componer/recomponer figuras, o bien, realizar modificaciones sobre elementos geométricos, figuras o cuerpos geométricos. Para el *proceso de representación*, la configuración idónea desencadena contextos que demandan prácticas de ilustrar/manipular elementos geométricos, figuras o cuerpos. Para el *proceso de construcción*, la configuración idónea desencadena contextos que demandan prácticas de construcción explícita de elementos geométricos, figuras, agrupación de figuras o cuerpos geométricos. Para el *proceso de medición*, la configuración idónea desencadena contextos que demandan prácticas de cuantificación de magnitudes. Finalmente, para el *proceso de deducción*, la configuración idónea desencadena contextos que demandan prácticas de formulación de hipótesis y pruebas. Los procesos identificados en el análisis, en su conjunto, permiten dar cuenta del razonamiento geométrico en términos de otros procesos involucrados.

Tabla 3. Caracterización del razonamiento geométrico

PG*	Objetos matemáticos primarios idóneos	Objetos matemáticos primarios presentes en los libros de texto
Visualización	Las *situaciones problema* utilizan figuras que requieren de posibles modificaciones (*e. g.*, [re]composición, descomposición, diferencias y similitudes entre figuras). Los *procedimientos* involucran comparaciones (directas e indirectas), descomposiciones y reconfiguraciones de las figuras. Los *conceptos/definiciones* permiten sustentar los procedimientos (e. g, elementos notables de un triángulo dan sustento a comparaciones). Los *argumentos* permiten justificar un proceso de resolución asociado a la visualización (*e. g.*, dos triángulos son semejantes si sus ángulos interiores son congruentes). Las *propiedades/proposiciones* dan sustento a los argumentos (*e. g.*, dos triángulos tienen ángulos congruentes, entonces son semejantes) con base en los atributos perceptibles.	La tarea parte de mostrar alguna figura para reconocer sus cualidades o propiedades, e interviene el uso de figuras y material concreto.
Representación	Las *situaciones problema* permiten evocar una figura o un dibujo para ilustrar objetos geométricos (*e. g.*, representaciones en 2D y 3D). Los *procedimientos* utilizados permiten interpretar una determinada representación (*e. g.*, trazado auxiliar de líneas). Las *definiciones/conceptos* dan soporte a las representaciones utilizadas (*e. g.*, circunferencia como lugar geométrico). Los *argumentos* permiten justificar la representación utilizada (*e. g.*, la intersección de las medianas de un triángulo es el gravicentro). Las *propiedades/proposiciones* dan sustento a la representación utilizada, con base en los atributos perceptibles de la representación (*e. g.*, perpendicularidad).	La tarea puede recurrir a una definición/concepto para representar una gráfica o dibujo. Además, se utilizan contextos intra o extra-matemáticos que involucra objetos visuales. Se utilizan instrumentos geométricos (regla, compás y GeoGebra) o mano alzada para representar la figura.
Construcción	Las *situaciones problema* evocan la construcción de una figura o configuración de figuras (*e. g.*, en entornos de lápiz y papel/software). Los *procedimientos* utilizados permiten realizar construcciones geométricas (*e. g.*, protocolo de construcción). Las *definiciones/conceptos* dan soporte a las construcciones (*e. g.*, elementos notables de un triángulo) mediante el uso de instrumentos geométricos (regla, compás y GeoGebra). Los *argumentos* justifican el proceso de construcción seguido (*e. g.*, al trazar dos radios cualesquiera desde el centro de la circunferencia, se forma un triángulo isósceles). Las *propiedades/proposiciones* dan sustento a las construcciones geométricas (*e. g.*, dados dos puntos cualesquiera, existe una única recta que pasa por ellos).	La tarea demanda protocolo de construcción, basado en el conocimiento de las definiciones, propiedades y procedimientos. Se utilizan instrumentos geométricos (regla, compás y GeoGebra).

PG*	Objetos matemáticos primarios idóneos	Objetos matemáticos primarios presentes en los libros de texto
Medición	Las *situaciones problema* demandan explícitamente la medida de una magnitud. Los *procedimientos* utilizados permiten calcular la medida de elementos geométricos (*e. g.*, teorema de Pitágoras). Las *definiciones/conceptos* dan soporte a los procedimientos utilizados (*e. g.*, área/superficie, ángulo). *Los argumentos* permiten justificar la medición de un elemento geométrico (*e. g.*, el triángulo es la mitad del rectángulo de igual base y altura que lo contiene, por lo tanto, la fórmula para calcular el área del triángulo es base × altura/2). Las *propiedades/proposiciones* dan sustento a la medición de elementos geométricos (*e. g.*, partición de polígonos).	La tarea utiliza la aplicación de una definición o propiedad relacionada directamente con una fórmula, lo que implica un procedimiento aritmético-algebraico.
Deducción	Las *situaciones problema* demandan el uso de deducciones y conjeturas (*e. g.*, tareas que demandan pruebas geométricas). Los *procedimientos* utilizados se asocian a pasos lógicos que involucran el uso de hipótesis y conjeturas (*e. g.*, P implica Q). Las *definiciones/conceptos* dan soporte a los procedimientos de deducción utilizados (*e. g.*, ortocentro). Los *argumentos* utilizados justifican la aproximación a la demostración lógica deductiva (*e. g.*, todas las alturas de un triángulo se intersecan en un punto). Las *propiedades/proposiciones* dan sustento al uso de deducciones (*e. g.*, la altura de un triángulo corresponde a la recta perpendicular trazada desde un vértice al lado opuesto).	La tarea demanda el uso de propiedades o definiciones para argumentar lógicamente y deducir propiedades/proposiciones, interviene el uso de figuras y material concreto. La situación no incorpora medidas.

* PG = Procesos geométricos

El *lenguaje* (verbal, figural/gráfico, geométrico) utilizado en las tareas geométricas permite hacer explícitos los procesos geométricos.

5. Discusión y conclusiones

En este estudio nos propusimos caracterizar los procesos subyacentes al razonamiento geométrico promovido por los libros de texto de educación secundaria de Chile; con esta finalidad planteamos la pregunta ¿qué procesos subyacentes al razonamiento geométrico se promueven con las tareas (y las prácticas asociadas a la solución esperada) de los libros de texto de educación secundaria en Chile? Los resultados de la investigación han evidenciado cinco procesos que, en su conjunto, dan cuenta del razonamiento geométrico desde una perspectiva pragmática (Lugo-Armenta y Pino-Fan, 2021). Estos procesos —visualización, representación, construcción, medición y deducción— (Duval, 2017; Hershkowitz et al., 1998; Seah y Horne, 2020) y sus respectivos objetos, vendrían a condicionar las prácticas matemáticas en contextos geométricos, promoviendo la emergencia gradual y sistemática de una red de objetos para cada uno de los procesos asociados al razonamiento geométrico. Lo anterior deja en evidencia la complejidad subyacente a dicho razonamiento, y la utilidad de la configuración epistémica para su caracterización.

Los resultados de este estudio muestran que en las tareas de los libros de texto es habitual el *proceso de medición*, el cual se moviliza en 422 de las 688 tareas analizadas; esto va en detrimento del desarrollo de procesos clave como el de deducción (23 tareas), visualización (76 tareas), construcción (80 tareas) y representación (87 tareas). Lo anterior pone en evidencia que las tareas geométricas vinculadas al proceso de medición priorizan el trabajo con procesos de algebrización y aritmetización mediante la aplicación de fórmulas y medidas asociadas a figuras.

En contraparte, las reducidas tareas que movilizan el proceso de deducción promueven escasamente aspectos claves para el desarrollo del razonamiento geométrico, tales como pruebas geométricas, la formulación de conjeturas y proposiciones lógicas (Duval, 2017; Seah y Horne, 2020; Whitely et al., 2015). El escaso número de tareas relacionadas con los procesos de visualización, construcción y representación podría conllevar dificultades para el reconocimiento de definiciones o propiedades sobre las figuras, la proposición de protocolos de construcción y reproducción de figuras, y para la representación de figuras que se evocan a partir de tareas geométricas (Gal y Linchevski, 2010).

Aunque el uso de medidas en las tareas geométricas es necesario para llegar a la deducción de las diferentes fórmulas, consideramos que se requiere abordar el razonamiento geométrico desde los cinco procesos propuestos y sus respectivos objetos idóneos. Sin embargo, un problema considerable que podría derivarse al movilizar mayoritariamente el proceso de medición en los libros de texto es que el estudiante puede creer que la geometría consiste en aplicar fórmulas y calcular medidas sin desarrollar un razonamiento geométrico.

A partir de nuestro estudio, develamos cómo las tareas geométricas propuestas en el libro de texto ponen en desventaja el proceso de deducción y de visualización al utilizar figuras prototípicas y objetos geométricos innecesarios que impiden que el estudiante realice deducción de propiedades o formulación de conjeturas (*e. g.*, representar innecesariamente un ángulo recto en la figura cuando no es necesario). Es por ello que hay una clara urgencia por promover tareas geométricas que involucren: (1) el proceso de deducción, donde se reconozca la necesidad de justificar las proposiciones planteadas y comprender que unas propiedades se deducen de otras, para lo cual es necesario que las tareas de los libros de texto no se limiten al uso de medidas, y que el estudiante reconozca el lenguaje propio de la geometría para hacer alguna representación, construcción o la justificación de pasos lógicos; y (2) el proceso de visualización, donde se pida al estudiante reconocer objetos geométricos elementales (*e. g.*, segmento, altura, mediatriz, ángulo), para que el estudiante pueda descomponer y componer figuras estableciendo relaciones y similitudes entre los objetos geométricos.

En este sentido, la caracterización propuesta puede servir como base para el diseño de tareas y para el tratamiento que los profesores pueden dar a las tareas geométricas de los libros de texto, entendiendo que dichos libros pueden proporcionar oportunidades de aprendizaje tanto para docentes como para estudiantes, sin ser decisivos sobre lo que ocurre en el aula (Charalambous et al., 2010; Hadar, 2017). Es importante recalcar que el razonamiento geométrico, en este estudio, se relaciona con las prácticas y procesos matemáticos que se desarrollan para resolver una situación problema en un contexto geométrico, por lo que los procesos vinculados a tal razonamiento no pretenden ser una propuesta exhaustiva, sino una propuesta que permita orientar la emergencia de determinadas prácticas matemáticas en contextos geométricos.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue desarrollado en el marco de los proyectos Fondecyt 3230316 y Fondecyt 1200005, financiados por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (ANID) de Chile.

REFERENCIAS

Aké, L. P. (2013). *Evaluación y desarrollo del razonamiento algebraico elemental en maestros en formación* (Tesis de doctorado sin publicar). Universidad de Granada, España.

Arce, D. (2019). *Cuaderno de actividades matemáticas 7º básico*. SM.

Barrantes, M., López, M., & Fernández, M. A. (2015). Análisis de las representaciones geométricas en los libros de texto. *PNA, 9*(2), 107–127.

Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. En F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 943–908). Information Age Publishing.

Battista, M. T., Frazee, L. M., & Winer, M. L. (2018). Analyzing the relation between spatial and geometric reasoning for elementary and middle school students. En K. S. Mix & M. T. Battista (Eds.), *Visualizing mathematics: Research in mathematics education* (pp. 195–228). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-98767-5_10

Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H. Y., & Mesa, V. (2010). A comparative analysis of the addition and subtraction of fractions in textbooks from three countries. *Mathematical Thinking and Learning, 12*(2), 117–151. https://doi.org/10.1080/10986060903460070

Chico, J., & Montes, M. Á. (2023). Representaciones semióticas de la multiplicación y división en libros de texto de educación primaria. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 37*(75), 296–316. https://doi.org/10.1590/1980-4415v37n75a14

Clements, D. H., & Sarama, J. (2011). Early childhood teacher education: The case of geometry. *Journal of Mathematics Teacher Education, 14*(2), 133–148. https://doi.org/10.1007/s10857-011-9173-0

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research methods in education* (6th ed.). Routledge.

Díaz, E., Ortiz, N., Norambuena, P., Morales, K., Rebolledo, M., & Barrera, R. (2020). *Texto del estudiante de matemática 2° medio*. SM.

Díaz, E., Ortiz, N., Morales, K., & Verdejo, A. (2020). *Cuaderno de actividades matemáticas 2º medio*. SM.

Dimmel, J. K., & Herbst, P. G. (2015). The semiotic structure of geometry diagrams: How textbook diagrams convey meaning. *Journal for Research in Mathematics Education, 46*(2), 147–195. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.46.2.0147

Duval, R. (2017). *Understanding the mathematical way of thinking–The registers of semiotic representations*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-56910-9

Font, V., Godino, J. D., & Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics, 82*, 97–124. https://doi.org/10.1007/s10649-012-9411-0

Fresno, C., Torres, C., & Ávila, J. (2020). *Texto del estudiante de matemática 1° medio*. Santillana.

Fujita, T., & Jones, K. (2003). The place of experimental tasks in geometry teaching: Learning from the textbooks design of the early 20th century. *Research in Mathematics Education, 5*, 47–62. https://doi.org/10.1080/14794800008520114

Gal, H., & Linchevski, L. (2010). To see or not to see: Analyzing difficulties in geometry. *Educational Studies in Mathematics, 74*(2), 163–183. https://doi.org/10.1007/s10649-010-9232-y

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2019). The onto-semiotic approach: Implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics, 39*(1), 38–43.

Godino, J. D., Wilhelmi, M., Blanco, T., Contreras, Á., & Giacomone, B. (2016). Análisis de la actividad matemática mediante dos herramientas teóricas: Registros de representación semiótica y configuración ontosemiótica. *Avances de Investigación en Educación Matemática, 10*, 91–110. https://doi.org/10.35763/aiem.v0i10

González, M., & Sierra, M. (2004). Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas: Los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de las Ciencias, 22*(3), 389–408.

Hadar, L. L. (2017). Opportunities to learn: Mathematics textbooks and students' achievements. *Studies in Educational Evaluation, 55*, 153–166. https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2017.10.002

Hershkowitz, R., Duval, R., Bussi, M. G. B., Boero, P., Lehrer, R., Romberg, T., Berthelot, R., Salin, M. H., & Jones, K. (1998). Reasoning in geometry. In C. Mammana & V. Villani (Eds.), *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century: An ICMI study* (pp. 29–83). Springer, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/978-94-011-5226-6_3

Hershkowitz, R., Arcavi, A., & Bruckheimer, M. (2001). Reflections on the status and nature of visual reasoning – the case of the matches. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 32*(2), 255–265. https://doi.org/10.1080/00207390010010917

Iturra, F., Manosalva, C., Romero, D., & Ramírez, M. (2019). *Texto del estudiante de matemática 7° básico*. SM.

Jones, K., & Fujita, T. (2013). Interpretations of national curricula: The case of geometry in textbooks from England and Japan. *ZDM Mathematics Education, 45*, 671–683. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0515-5

Lugo-Armenta, J. G., & Pino-Fan, L. R. (2021). Niveles de razonamiento inferencial para el estadístico T-Student. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 35*(71), 1776–1802. https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a25

Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC). (2015). *Bases curriculares Séptimo básico a Segundo medio*. Unidad de Currículum y Evaluación.

Otten, S., Gilbertson, N. J., Males, L. M., & Clark, D. L. (2014). The mathematical nature of reasoning—and-proving opportunities in geometry textbooks. *Mathematical Thinking and Learning, 16*(1), 51–79. https://doi.org/10.1080/10986065.2014.857802

Pino-Fan, L. R., Godino, J. D., & Font, V. (2018). Assessing key epistemic features of didactic-mathematical knowledge of prospective teachers: The case of the derivative. *Journal of Mathematics Teacher Education, 21*, 63–94. https://doi.org/10.1007/s10857-016-9349-8

Presmeg, N. (2008). Spatial abilities research as a foundation for visualization in teaching and learning mathematics. En P. Clarkson & N. Presmeg (Eds.), *Critical issues in mathematics education: Major contributions of Alan Bishop* (pp. 83–95). Springer.

Rubio, N. (2012). *Competencia del profesorado en el análisis didáctico de prácticas, objetos y procesos matemáticos* (Tesis de doctorado sin publicar). Universitat de Barcelona, España.

Seah, R., & Horne, M. (2020). The influence of spatial reasoning on analysing about measurement situations. *Mathematics Education Research Journal, 32*, 365–386. https://doi.org/10.1007/s13394-020-00327-w

Sepúlveda, A. (2020). *Cuaderno de actividades matemática 1° medio*. Santillana.

Stylianides, G. J. (2009). Reasoning-and-proving in school mathematics textbooks. *Mathematical Thinking and Learning, 11*(4), 258–288. https://doi.org/10.1080/10986060903253954

Torres, C., & Caroca, M. (2019a). *Texto del estudiante de matemática 8° básico*. Santillana.

Torres, C., & Caroca, M. (2019b). *Cuaderno de actividades matemática 8° básico*. Santillana.

Whitely, W., Sinclair, N., & Davis, B. (2015). What is spatial reasoning? En B. Davis & Spatial Reasoning Study Group (Eds.), *Spatial reasoning in the early years: Principles, assertions and speculations* (pp. 139–150). Routledge. https://doi.org/10.4324/9781315762371

∞

Guadalupe Morales-Ramírez

Universidad de Los Lagos (Chile)
guadalupe.morales@ulagos.cl | https://orcid.org/0000-0002-8295-9965

Luis R. Pino-Fan

Universidad de Sonora (México)
luis.pino@unison.mx | https://orcid.org/0000-0003-4060-7408

Jesús G. Lugo-Armenta

Universidad de Los Lagos (Chile)
jesus.lugo@ulagos.cl | https://orcid.org/0000-0001-6679-5115

Sofía Caviedes Barrera

Universidad de Los Lagos (Chile)
sofia.caviedes@ulagos.cl | https://orcid.org/0000-0002-5304-212X

Recibido: 2 de junio de 2024
Aceptado: 25 de agosto de 2024

Geometric Reasoning Promoted in Tasks of Secondary Education Textbooks in Chile

Guadalupe Morales-Ramírez @ [1], Luis R. Pino-Fan @ [2], Jesús G. Lugo-Armenta @ [1], Sofía Caviedes Barrera @ [1]

[1] Universidad de Los Lagos (Chile)
[2] Universidad de Sonora (México)

The objective of this study is to characterize the processes underlying geometric reasoning promoted by secondary school textbooks in Chile. We have selected textbooks and their respective exercise books corresponding to the educational levels from 7th grade to 2nd grade, focusing on the tasks that correspond to the thematic axis of geometry. This axis stands out in the Chilean curriculum for articulating diverse mathematical contents, for example, patterns and algebra, algebra and functions, as well as for its relation to deductive reasoning. A content analysis is carried out that considers the tasks mentioned above as units of analysis. In addition, tools of the ontosemiotic approach to mathematical knowledge and instruction are used to identify objects and processes emerging from the possible resolution of the selected tasks. Five categories of analysis are distinguished: (1) *visualization*, related to the recognition of geometric properties, procedures of composing-recomposing, and transformations on geometric figures and bodies; (2) *construction*, which includes procedures involving measuring instruments (ruler, compass, etc.) or software; (3) *measurement*, linked to procedures involving calculations and formulas (arithmetic or algebraic); (4) *representation*, which involves the use of figures or drawings to illustrate geometric elements; and, (5) *deduction*, associated with the use of hypotheses and the enunciation of propositions or conjectures. Each of these categories corresponds to a process that integrates different mathematical objects, making up geometric reasoning as a whole. The results show that the textbook tasks are dominated by the measurement process that involves arithmetic-algebraic procedures, figurative and graphic language, and solutions that demand the use of symbolic language. This suggests a detriment of geometric reasoning as a function of the other processes that comprise it. This leaves in evidence the lack of use of logical propositions, formulation of conjectures, and recognition of definitions or properties of geometric figures and bodies, key aspects in the development of geometric reasoning. In this sense, the proposed characterization of processes, and their respective objects, can serve as a basis for the design of tasks and for the treatment that teachers can give to geometric tasks in textbooks, recognizing that such books can provide learning opportunities for both teachers and students without being determinants of what happens in the classroom.