AIEM
AVANCES DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
Revista de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática
ISSN-e 2254-4313 | (2024) 26, 1-19 | aiem.es

seiem.es

Conocimiento especializado del profesor: un experimento de enseñanza centrado en una tarea formativa sobre geometría

Teacher Specialised Knowledge: A Teaching Experiment Focused on a Formative Task about Geometry

Víctor Javier Barrera Castarnado @ [1], Luis Carlos Contreras González @ [2], M.ª Cinta Muñoz Catalán @ [3], M.ª del Mar Liñán García @ [3]

[1] Universidad CEU Fernando III, CEU Universities (España)
[2] Universidad de Huelva (España)
[3] Universidad de Sevilla (España)

Resumen ∞ La investigación, la práctica profesional y la formación inicial de maestros deben estar estrechamente conectadas. Proponemos el uso de tareas formativas para desarrollar el conocimiento especializado del profesor de matemáticas sobre geometría, que diseñamos desde situaciones reales de aula y validamos desde la investigación con un experimento de enseñanza. El modelo analítico del conocimiento especializado del profesor de matemáticas permite identificar situaciones de la práctica real y analizar el conocimiento movilizado en un aula de formación inicial al resolver dichas tareas. La reflexión que conlleva esta resolución hace que los estudiantes para maestro establezcan relaciones entre elementos del conocimiento especializado del profesor, generando su comprensión integral de la práctica.

Palabras clave ∞ Experimento de enseñanza; Conocimiento especializado del profesor de matemáticas; Tareas formativas; Estudiantes para maestro; Geometría

Abstract ∞ Research, professional practice, and initial teacher training must be closely interconnected. We propose the use of formative tasks to develop the mathematics teachers' specialised knowledge about geometry. These tasks are designed based on real classroom situations and validated through research using a teaching experiment. The analytical model of Mathematics Teachers' Specialised Knowledge allows us to identify real practice situations and analyse the knowledge mobilized in an initial teacher training classroom when solving these tasks. The reflection involved in solving these tasks enables prospective primary teachers to establish connections between elements of specialised teacher knowledge, fostering their comprehensive understanding of practice.

Keywords ∞ Teaching experiment; Mathematics Teachers' Specialised Knowledge; Formative tasks; Prospective primary teachers; Geometry

Barrera Castarnado, V. J., Contreras González, L. C., Muñoz Catalán, M. C., Liñán García, M. M. (2024). Conocimiento especializado del profesor: un experimento de enseñanza centrado en una tarea formativa sobre geometría. *AIEM - Avances de investigación en educación matemática, 26,* 1-19. https://doi.org/10.35763/aiem26.5359

1. Introducción

La formación inicial de maestros debe vincularse con la práctica profesional y con la investigación sobre esta (Joglar-Prieto, 2022), potenciando que los estudiantes para maestro (en adelante EPM) desarrollen el conocimiento especializado (Carrillo et al., 2018) capacitante para su labor profesional. La Red Mathematics Teachers' Specialised Knowledge, reconocida por la Asociación Universitaria Iberoamericana de Postgrado, ha propuesto una primera aproximación a tal conocimiento (Liñán-García et al., 2021; Montes et al., 2019; Muñoz-Catalán et al., 2022) desde la investigación (Llinares et al., 2022).

Las prácticas profesionales específicas de un maestro y el conocimiento profesional, componentes de la competencia profesional del profesor, deben estar incluidas en los currículos formativos de los EPM (Llinares et al., 2022), pues un conocimiento profesional robusto implica una buena instrucción futura (Depaepe et al., 2020). Los programas de formación que les involucran en la reflexión y el análisis de clases reales son más efectivos (Climent et al., 2016; Major y Watson, 2018; Star y Strickland, 2008). Las tareas formativas contextualizadas en clases reales y el análisis crítico de las mismas (Joglar-Prieto et al., 2022) son eficaces en la formación de los EPM (Boyd et al., 2009).

En el contexto de una investigación más amplia, orientada a conocer el conocimiento movilizado por los EPM sobre geometría, se han diseñado 5 tareas formativas articuladas desde las tareas profesionales propias de los maestros (Joglar-Prieto et al., 2022). Su núcleo vertebrador es el polígono, contenido de aprendizaje de la geometría plana ligado a uno de los saberes básicos del currículo español (Ley Orgánica 3/2020). Todas ellas tienen en cuenta las debilidades en el conocimiento especializado de los EPM en geometría mostradas en distintos estudios (Liñán-García et al., 2019). En particular, en este trabajo nos centraremos en dos actividades de una de las cinco tareas formativas aludidas, contextualizadas en una situación real de un aula de quinto de Educación Primaria, que versan sobre la definición de diagonal y el cálculo del número total de diagonales de cualquier tipo de polígono.

El objetivo de este trabajo es identificar el conocimiento especializado movilizado por los EPM cuando resuelven estas dos actividades, basadas en la práctica real de aula de primaria.

2. Marco teórico

Los fundamentos teóricos de esta investigación son el modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas (Mathematics Teachers' Specialised Knowledge, en adelante MTSK), estructurador de la tarea (Barrera-Castarnado y Liñán-García, 2021; Montes et al., 2019) y modelo analítico para la identificación y el análisis del conocimiento que emplearán los EPM al resolver las actividades de la tarea. Por otro lado, el uso de tareas formativas basadas en la práctica real de aula como herramienta para desarrollar conocimiento especializado en la formación inicial de maestros. Para finalizar, situaremos el conocimiento geométrico de los EPM en la investigación al respecto.

2.1. Conocimiento especializado del profesor de matemáticas

El MTSK es un modelo analítico que permite interpretar y comprender la práctica docente (Carrillo et al., 2018). Considera el carácter especializado del conocimiento del profesor de manera integral.

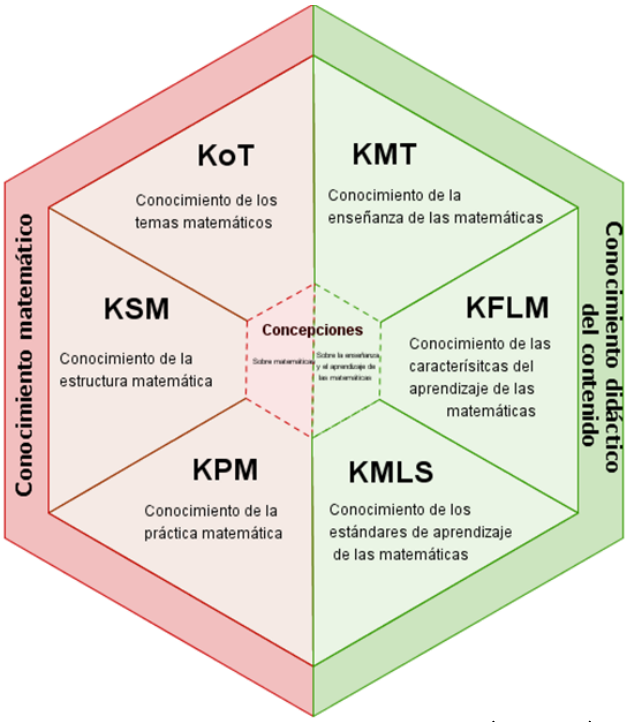
Este modelo divide el conocimiento en tres dominios (Figura 1): el *Conocimiento Matemático (MK)*, el *Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK)* y *las Concepciones sobre las Matemáticas y sobre su Enseñanza-Aprendizaje,* dominio que no forma parte de este estudio. El MK está compuesto por los conocimientos de la propia disciplina matemática que se enseña, y se divide en tres subdominios. El conocimiento del contenido matemático en sí (*Conocimiento de los Temas, KoT*) engloba las definiciones de objetos matemáticos, sus propiedades y sus fundamentos, y sus diferentes registros de representación. Entendemos por registros de representación "todos aquellos instrumentos (gráficos, figuras, tablas, esquemas, signos, etc.) que hacen presentes los conceptos y nociones, de modo que los sujetos puedan interactuar con ellos, permitiéndoles asignar significados y comprender las estructuras matemáticas de manera significativa" (Macías, 2015, p. 43). Consideraremos los registros de representación identificados por Duval (1995): lengua natural, figural-icónico, numérico, tabular, algebraico y geométrico. Tenemos en cuenta las conversiones entre registros de representación, entendidas como las transformaciones entre distintos registros de representación, ya sean del mismo tipo o no. Este subdominio incluye los fenómenos que le dan sentido y sus aplicaciones.

El *Conocimiento de la Estructura Matemática* (*KSM*) engloba las relaciones interconceptuales, distinguiendo las que incrementan la complejidad, las que la simplifican, las transversales que se establecen entre contenidos con cualidades comunes, y las auxiliares, que relacionan un conocimiento con otro para cierto propósito.

El tercer subdominio de MK engloba el cómo se produce, procede y valida en matemáticas (*Conocimiento de la Práctica Matemática, KPM*).

El segundo dominio, *PCK*, caracteriza el conocimiento propio de la enseñanza y el aprendizaje y se divide en tres subdominios. El C*onocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas* (*KMT*) incluye el conocimiento de teorías de enseñanza asociadas a un contenido, de las potencialidades o limitaciones del uso de recursos y de la adecuación de determinadas estrategias, técnicas, tareas o ejemplos sobre un contenido concreto. El *Conocimiento de las Características del Aprendizaje de los Estudiantes* (*KFLM*) considera el conocimiento de teorías sobre el aprendizaje asociadas a un conocimiento matemático, las fortalezas y las dificultades asociadas, las formas de interacción de los estudiantes con ese contenido o los intereses y expectativas de estos. El *Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas* (*KMLS*) incluye el conocimiento de diferentes propuestas curriculares y de estándares definidos por grupos de investigación o asociaciones profesionales de educación matemática, así como el conocimiento de lo que se pretende que un estudiante aprenda en un determinado nivel.

Figura 1. Mathematics Teachers' Specialised Knowledge



Fuente: (Carrillo et al., 2018. Imagen procedente de Liñán-García et al., 2021)

2.2. Tareas formativas

Abordar la formación inicial de maestros desde una perspectiva práctica favorece el desarrollo de conocimiento especializado en los EPM (Boyd et al., 2009). Este enfoque incluye el análisis de situaciones reales de aula como medio para acercar la formación inicial a la práctica del profesor, y se centra en aspectos ligados al proceso de enseñanza y aprendizaje, el diseño de sesiones de clase o la propuesta de una gestión alternativa de una sesión analizada (Joglar-Prieto et al., 2022).

Las tareas formativas que ejemplifican la práctica educativa ayudan a los EPM a construir su conocimiento especializado para enseñar matemáticas (Joglar-Prieto et al., 2022; Markovits y Smith, 2008; Montes et al., 2019), integrando el conocimiento especializado del contenido matemático con el conocimiento de la enseñanza y el aprendizaje de dicho contenido (Carrillo et al., 2018). El diseño desde la práctica real de aula es un asistente contextualizado para el desarrollo de competencias profesionales para tratar situaciones de clase de matemáticas (Climent et al., 2016), al responsabilizar al EPM de la interpretación de las interacciones entre estudiantes y profesor. Este tipo de tareas desarrollan la capacidad de reflexión de los EPM sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, permitiendo identificar los elementos esenciales de la práctica y favoreciendo planteamientos alternativos de enseñanza (Joglar-Prieto et al., 2022).

La investigación en Educación Matemática es rica en estudios que analizan el potencial del uso de videograbaciones de clases reales en la formación inicial (Climent et al., 2016; Major y Watson, 2018; Star y Strickland, 2008). En nuestra propuesta usamos las transcripciones de videograbaciones de clases reales para generar un caso sobre el que reflexionar. Las tareas formativas así diseñadas están vinculadas a tareas profesionales, entendidas como el sistema de actividades del profesor que conforman su práctica cuando enseña matemáticas (Da Ponte et al., 2012) que constituyen el eje vertebrador del currículo de formación de EPM (Ball y Forzani, 2007).

2.3. Conocimiento geométrico en la formación inicial de maestros

El aprendizaje de un concepto matemático implica establecer una vinculación entre la imagen del concepto y su definición (Gutiérrez y Jaime, 2012). Se entiende por imagen del concepto "la estructura cognitiva total que se asocia con el concepto, e incluye todas las imágenes mentales, propiedades y procesos asociados" (Tall y Vinner, 1981, p. 152). Una definición considera exclusivamente las características críticas del concepto; sin embargo, en ocasiones, la definición que un sujeto considera sobre un concepto matemático está ligada a su imagen. Las definiciones usadas por los EPM, en general, son descriptivas y particionales, sin analizar qué atributos son relevantes y cuáles no (Carreño y Climent, 2019); se basan en imágenes incompletas al no incluir todos los atributos relevantes, o erróneas al incluir atributos irrelevantes (Turégano, 2006) basados en ejemplos prototípicos, como polígonos convexos situados espacialmente con al menos un lado horizontal.

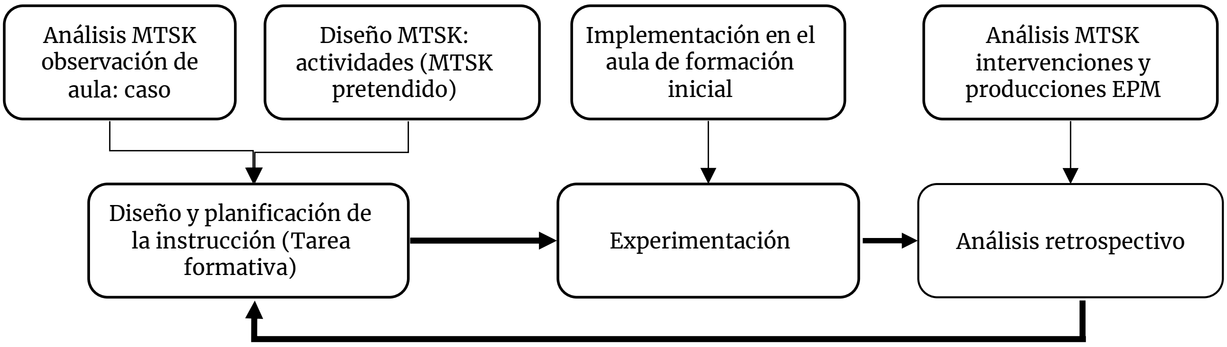
El aprendizaje de los conceptos geométricos tiene lugar a través de registros de representación desde los que el sujeto desarrolla imágenes del concepto (Ortega y Pecharromán, 2015). Aprender a analizar los atributos de los polígonos, distinguiendo entre los críticos y no críticos, requiere de la interacción correcta y completa entre la imagen del concepto y su definición (Fujita y Jones, 2007).

Los EPM tienen dificultades para identificar propiedades de las figuras planas que relacionen sus elementos. A veces, estos errores vienen provocados por los propios libros de texto (López et al., 2015), cuyos ejemplos no tienen la variedad necesaria y en los que aparecen distractores, no necesariamente con intención (Barrantes y Zapata, 2008). Muestran imágenes del concepto en las que no aparecen ciertas variedades que sí responden a la definición del concepto, como que una diagonal puede estar "fuera" del polígono en el que se traza. Las dificultades que muestran los EPM en su conocimiento geométrico al llegar a su etapa de formación inicial hacen necesario mejorar su comprensión en dicha formación (Liñán-García et al., 2019).

3. Metodología

El objetivo de este trabajo es identificar el conocimiento especializado movilizado por los EPM cuando resuelven parte de una tarea formativa basada en la práctica real de aula de primaria diseñada *ad hoc*, centrada en el cálculo del número de diagonales de un polígono. Nos posicionamos en un paradigma interpretativo (Bassey, 1995) en el contexto de una investigación de diseño y, en particular, de un *experimento de enseñanza* (Molina et al., 2011). El proceso tiene lugar a través de dos ciclos continuos de investigación en tres fases: diseño y planificación de la instrucción, experimentación y análisis retrospectivo (Gravemeijer, 2004), atendiendo a criterios de validez de la investigación cualitativa. La Figura 2 muestra, de manera esquemática, el proceso de investigación con dicho diseño.

Figura 2. Experimento de enseñanza



Fuente: Elaboración propia partiendo de Molina et al., 2011

A partir de la observación de una maestra enseñando geometría en quinto de primaria (Liñán-García et al., 2021), seleccionamos fragmentos cuyo análisis en el aula de formación inicial pudieran potenciar la reflexión sobre aspectos de enseñanza y aprendizaje de las diagonales de un polígono cualquiera y, por tanto, la movilización del conocimiento especializado asociado. Estos fragmentos se enriquecieron con situaciones, diálogos o producciones posibles de los agentes implicados (información ficticia) para promover la reflexión sobre aspectos adicionales relevantes para su formación. Este enriquecimiento del fragmento de aula procede del *conocimiento evocado al investigador por las oportunidades* (Liñán-García et al., 2021), esto es, el conocimiento especializado que el investigador interpreta que podría sustentar una gestión alternativa de dicha situación, consecuencia de la interacción de la gestión del docente, y de nuestra sensibilidad teórica (Strauss y Corbin, 1994), la cual integra nuestra faceta de investigadores y nuestra experiencia como formadores de EPM. De esta forma generamos el *caso* (Collins et al., 2004, Markovits y Smith, 2008).

Configuramos la tarea formativa intercalando en el caso las actividades diseñadas *ad hoc* para que, en cada una de ellas, los EPM movilicen diferentes indicadores de conocimiento que llamaremos *conocimiento pretendido* (Barrera-Castarnado y Liñán-García, 2021).

Estas tareas se implementaron en dos cursos consecutivos, cada curso en dos grupos de formación inicial de EPM de un mismo centro universitario, con dos formadores distintos, en la asignatura en la que se tratan conocimientos relacionados con la Didáctica de la Geometría. Cada EPM disponía de una copia impresa de la tarea. En un primer momento, debían resolver las actividades por escrito y de manera individual a medida que leían el caso. A continuación, se establecía una puesta en común con interacciones entre el formador y los EPM y entre ellos mismos. El papel del formador era, por un lado, moderar el diálogo que se establecía entre los EPM al poner en común sus resoluciones. Por otro, fomentar la discusión para promover la reflexión sobre el caso con la finalidad de que movilizaran su conocimiento especializado. La implementación en cada curso fue videograbada y transcrita de forma literal.

Analizamos dichas transcripciones, así como las resoluciones de las actividades escritas por los EPM, utilizando el modelo MTSK (Carrillo et al., 2018). Asimismo, utilizamos las notas de campo tomadas *in situ*. Este análisis se hizo utilizando un enfoque interpretativo (Kvale, 1996), en el que no es objeto de interés la cuantificación de éxito y fracaso. Así obtuvimos información sobre el conocimiento especializado que finalmente movilizaron los EPM al resolver la tarea en relación con el conocimiento especializado pretendido en su diseño. Esta información nos sirvió para refinar el diseño e implementarlo en un segundo ciclo de investigación.

En este artículo nos centramos en dos actividades de la segunda tarea formativa sobre la definición y el cálculo del número de diagonales de un polígono cualquiera. Hemos elegido el análisis de las intervenciones de los EPM en la puesta en común de la resolución de las actividades de la implementación en el primero de los dos cursos. Solo se han considerado las producciones escritas de los estudiantes que han participado en el debate generado en clase, para estudiar en detalle su propuesta de resolución. Mostraremos el conjunto de elementos de conocimiento que este grupo ha movilizado en la tarea utilizando los subdominios como organizadores (ver Tabla 1).

3.1. Una tarea formativa: las diagonales de un polígono

El punto de partida es un episodio grabado en una clase de Geometría de 5.º de Primaria, en un colegio público español. En el episodio seleccionado, la maestra, parte de la resolución de un problema para trabajar la definición de diagonal de cualquier polígono y su número de diagonales. La tarea de análisis, partiendo de clases reales de matemáticas de primaria, contribuye a dar sentido al conocimiento especializado que se pretende construir, al promover la motivación del EPM hacia dicho aprendizaje (Millman et al., 2009). Este modelo de tarea permite al formador promover que el EPM adopte un doble posicionamiento. Como resolutores, los EPM han de enfrentarse a aspectos de la práctica matemática ligada a la resolución de problemas como la sistematicidad, la identificación de regularidades, el uso de tablas, la precisión del lenguaje utilizado o la expresión de la generalización. Como maestros, junto a los aspectos anteriores, se deben plantear cómo pueden responder a ese problema los estudiantes de primaria, identificando posibles procesos de razonamiento y sus dificultades y fortalezas. Nos interesa que conecten los aspectos específicos de la resolución de problemas con otros íntimamente ligados con su proceso de enseñanza y aprendizaje.

El conocimiento pretendido para las dos actividades es: a) Plantear estrategias en las que se refleje la resolución de problemas como forma de movilizar conocimiento matemático (KPM Procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producir matemáticas); b) Construir la expresión general del número de diagonales de cualquier polígono desde el pensamiento inductivo (KPM Prácticas particulares del quehacer matemático); c) Conocer las fases de resolución de problemas y cómo proporcionar una argumentación sólida (KPM Jerarquización y planificación como forma de proceder en la resolución de problemas); d) Conocer posibles errores, obstáculos y fortalezas de los escolares al resolver el problema (KFLM Fortalezas y dificultades; Formas de interacción con un contenido matemático).

El episodio definitivo, conformado en caso, comienza con la intervención de la profesora proponiendo el siguiente problema: "Para celebrar la fiesta de fin de curso del colegio, la dirección ha pensado colgar cadenetas de farolillos en el patio central que tiene forma de rectángulo, uniendo entre sí todas las esquinas del patio. ¿Cuántas cadenetas se tienen que hacer?"

Las actividades propuestas a los EPM para esta parte del episodio son:

1. Resuelve el problema. ¿Cuántas cadenetas harían falta si la plaza tuviera 10 esquinas? Indica las ideas y las dificultades encontradas en su resolución. Resuelve el problema suponiendo que tenemos n esquinas.
2. Describe algunas resoluciones (correctas o no) que podría dar un escolar al problema planteado.

Para la resolución del problema se debe tener en cuenta que la plaza tiene forma de rectángulo, siendo las cadenetas sus lados y diagonales. En la primera actividad a los EPM se les plantea un enunciado análogo para resolver, para plazas de 10 o de n esquinas, actuando como detonante del pensamiento inductivo. En este caso, la única restricción es el número de esquinas de la plaza. En otras actividades posteriores de esta misma tarea, no mostradas en este trabajo, se problematiza de manera explícita sobre el caso de las diagonales en polígonos cóncavos con el objetivo de que los EPM puedan concluir que esta propiedad es irrelevante en la definición y en el cálculo del número de diagonales de un polígono.

En la primera actividad, el EPM asume el rol de resolutor de problemas para un enunciado que incluye al propuesto por la maestra a los escolares. La resolución del problema por parte de los EPM es previa a la lectura del caso en el que se detallan las estrategias de resolución propuestas por los escolares. Con la primera actividad se busca determinar una expresión general para el cálculo del número de diagonales de un polígono con un número de lados cualquiera. El conocimiento pretendido está vinculado al subdominio KPM. La resolución del problema implica conocimiento sobre la jerarquización y planificación como forma de proceder en la resolución de problemas, sobre prácticas particulares del quehacer matemático (generalización) y sobre procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producir matemáticas. En la segunda actividad, los EPM deben reflexionar sobre cómo podrían plantear la resolución del problema los escolares (KFLM, Formas de interacción con un contenido matemático), adelantándose a las dificultades o errores que se podrían encontrar en un aula de Primaria (KFLM, Fortalezas y dificultades).

4. Análisis y resultados

En el fragmento correspondiente a la resolución de la actividad 1 hemos identificado evidencias e indicios relacionadas con el conocimiento pretendido en la misma. Hay múltiples intervenciones de EPM mostrando la estrategia que han usado para resolver el problema planteado (KoT, Procedimientos; KPM, Jerarquización y planificación como forma de proceder en la resolución de problemas matemáticos, Procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producir matemáticas).

Los EPM saben que deben organizar la información y proceder ordenadamente para la resolución del problema (KPM, Jerarquización y planificación como forma de proceder en la resolución de problemas matemáticos), pues anteriormente han trabajado la resolución de problemas teniendo en cuenta las fases a seguir. Por ejemplo, para la resolución del problema de la plaza rectangular, todos los EPM han usado un registro de representación figural-icónico y el registro de la lengua natural. La conversión entre ellos les ha permitido justificar su razonamiento (KoT, Registros de representación; KPM, Prácticas particulares del quehacer matemático), solo en algún caso han usado el registro numérico. Como ejemplo, mostramos algunas de las intervenciones de los estudiantes:

> E[1]: Son seis porque hay cuatro vértices y de cada vértice tienen que salir tres cadenetas. Cada una es la misma la que une un vértice con otro y al revés, entonces hago la mitad. Cuatro por tres, doce, entre dos.
>
> R: Si cuento cadenetas poco a poco veo que de la primera esquina salen tres cadenetas. De la segunda, también salen 3, pero una ya la he contado porque sale de la primera esquina. En la tercera esquina solo añado una nueva, y en la última no añado ninguna. Es decir, tres más 2 más uno más cero, son 6.

Para la resolución plantean la descomposición del problema en partes (KPM, Procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producir matemáticas), contando cadenetas sin repetir (KoT, Procedimientos *cómo y por qué* funciona el procedimiento). Se observa la conversión de registro figural-icónico al numérico al expresar aritméticamente las relaciones que observan en el dibujo (KoT, Registros de representación). Se pueden observar otras intervenciones con argumentaciones que no llevan a la solución correcta al contar cada diagonal dos veces, una por cada uno de los vértices que la define, por ejemplo: "Si voy uniendo esquina con esquina con una cadeneta, de esta esquina salen 3 cadenetas, como hay 4 esquinas, 3 por 4 son 12". Estas intervenciones provocan interacciones entre otros compañeros y el formador, mostrando conocimiento especializado (no necesariamente pretendido).

Los EPM basan sus argumentos en el uso de un diagrama y en la expresión simbólica y verbal (KoT, Registros de representación). En ocasiones, el dibujo les plantea dificultades, por ejemplo, en la resolución del problema para una plaza que tuviese 10 lados, una EPM indica *El dibujo con 10 (lados), no me sale, me sale con 9.* A

[1] Las intervenciones del formador se identifican con la letra F. Con otras letras mayúsculas se identifican las de distintos EPM.

pesar de que en ningún momento se indica que la plaza deba ser convexa, intenta representar un decágono con esta característica, atendiendo a su imagen del concepto. Otra EPM, después de dibujar un decágono estrellado, plantea:

> P: ¿Eso puede ser una plaza con 10 esquinas?
>
> J: Sí, porque tiene 10 lados.
>
> A: Pero en ese caso no saldría el mismo resultado, habría menos cadenetas.
>
> F: ¿Por qué crees que hay menos cadenetas?
>
> A: Porque por ejemplo de este vértice [señala un ángulo cóncavo] no habría diagonal porque estaría por fuera.

El estudiante P duda si el polígono que ha representado es un decágono, al no coincidir con la imagen que tiene del mismo, vinculada a un polígono convexo (KoT, Propiedades). En la intervención de J se evidencia conocimiento de la definición de decágono (KoT, Definiciones, propiedades y sus fundamentos). En el caso del estudiante A, observamos que la definición de diagonal, que explicita en otro momento, no está integrada con su imagen del concepto vinculada a casos de polígonos convexos, en los que las diagonales son interiores (KoT, Propiedades).

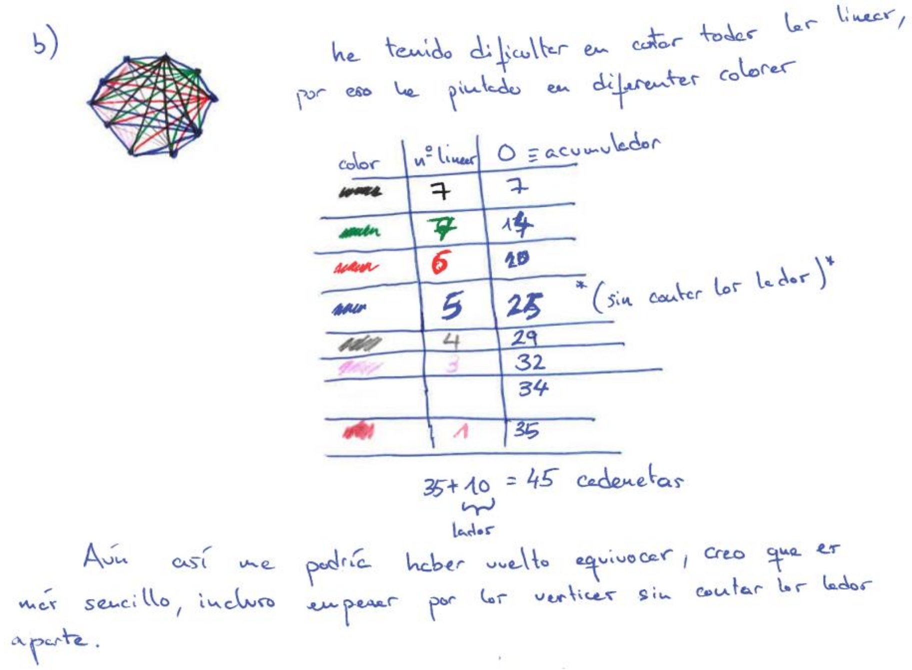
Hemos encontrado dificultades en la resolución de algunos estudiantes que consideran una relación proporcional entre el número de cadenetas y el número de esquinas de la plaza: "La plaza de 10 esquinas tendría 15 cadenetas porque he hecho una relación de proporcionalidad. Si en la que tiene 4 esquinas se necesitan 6 cadenetas, en la que tiene 10 se necesitan 15". Explicita una estrategia basada en una relación de proporcionalidad, sin haber analizado si la relación es multiplicativa. El formador interviene para argumentar que la relación entre esquinas y cadenetas no es proporcional, con un contraejemplo para refutar la intervención de la EPM. Otra EPM aplica una estrategia aprendida en otro problema (KPM Procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producir matemáticas, entendiéndolo como el uso de heurísticos en la resolución de problemas).

> R: Como en la primera esquina puedo colgar 9 cadenetas, uniéndola con el resto de esquinas. De la segunda cuelgo 8 cadenetas nuevas, porque con la primera esquina ya está la cadeneta. De la tercera cuelgo 7, y así, voy quitando una por esquina. Sería 9+8+...+2+1+0. Es suma de números consecutivos.

Refiriéndose a una plaza con n esquinas, y basándose en el razonamiento anterior, un EPM plantea que para saber el número de cadenetas "sería como un n factorial¡, pero en suma". Usa un conocimiento que tiene pensando que debe existir algo parecido, pero con suma (KoT, Procedimientos; KPM, Procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producir matemáticas).

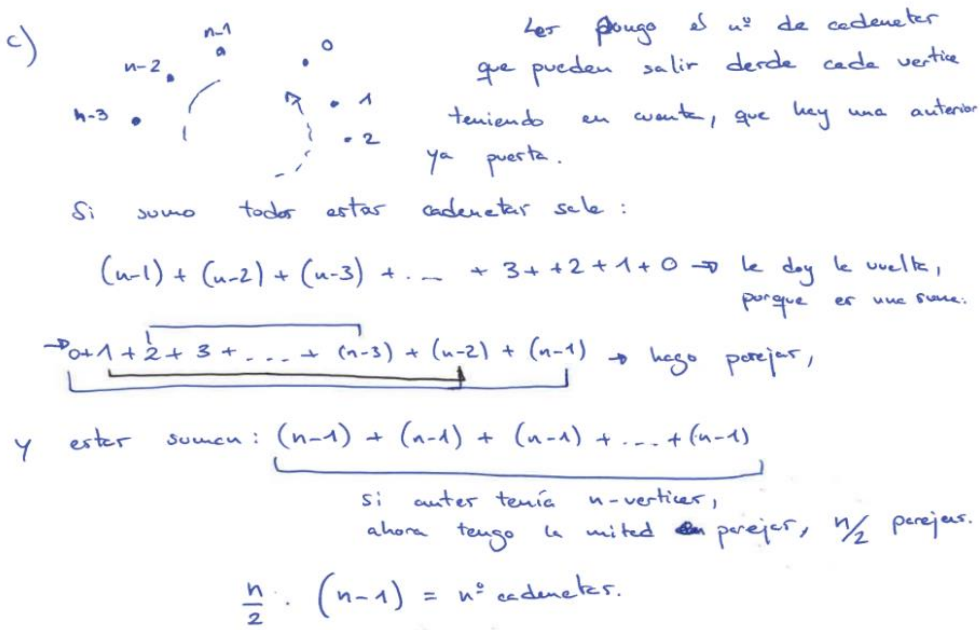
Otra EPM plantea, en relación con la misma actividad, "Yo ya lo sé. Me salen todos. Mira, es el número de lados menos 1 por la mitad del número de lados". Este razonamiento inductivo (KPM, Prácticas particulares del quehacer matemático) lo realiza después de tabular el número de cadenetas que podría colocar en una plaza con forma de decágono, que le permite observar regularidades: utiliza un color determinado para las nuevas cadenetas que salen de cada vértice (ver Figura 3) manteniendo dicho color al convertir el registro figural-icónico a uno tabular (KoT, Registros de representación; KPM, Prácticas particulares del quehacer matemático).

Figura 3. Respuesta de EPM al apartado b de la actividad 1 de la tarea formativa



Este cambio de registro, entendido como una práctica matemática, ayuda a la generalización, llegando, para una plaza con n lados, a la expresión algebraica $\frac{n(n-1)}{2}$ sumando los $n-1$ primeros números naturales (ver Figura 4) (KPM, Prácticas particulares del quehacer matemático).

Figura 4. Respuesta de EPM al apartado c de la actividad 1 de la tarea formativa



Otros estudiantes llegan a la expresión $\frac{n(n-3)}{2} + n$, que entienden que es distinta, sumando cadenetas-diagonales con cadenetas-lados (ver Figuras 3 y 5).

Al preguntar el formador: "¿qué podemos hacer para decidir que ambas expresiones son iguales?", una EPM responde: "Comprobar con ejemplos, ¿no?" (KPM, Formas de validación y demostración).

Figura 5. Respuesta de EPM al apartado c de la actividad 1 de la tarea formativa

Por la definición de diagonal sabemos que de
cada vértice sale una diagonal a todos los demás,
o sea, n. Pero no se forma diagonal consigo
mismo ni con los dos vértices que están a su
lado. Así que de cada vértice salen n-3 diagonales.
Como son n vértices, con n-3 diagonales en cada
uno $\Rightarrow$ n(n-3) diagonales.
Como cada diagonal usa dos vértices, tenemos que
dividir por la mitad.

$\frac{n(n-3)}{2}$ diagonales

Como además las cadenetas pueden ser lados
(además de diagonales), tenemos que sumarlos.

$C = D + L \Rightarrow \text{Cadenetas} = \frac{n(n+3)}{2} + n.$

Los EPM saben que las diagonales y su número pueden ser representados a través de los registros figural-icónico, tabular, algebraico y numérico (KoT, Registros de representación) y saben que estableciendo relaciones entre registros pueden llegar a la resolución del problema (KPM, Prácticas particulares del quehacer matemático). Así muestran *flexibilidad matemática* (Liu et al., 2018) (KPM, Prácticas particulares del quehacer matemático), pues saben que existen diversas formas de resolución (*flexibilidad potencial*) y eligen la que creen más adecuada (*flexibilidad práctica*).

En la mayoría de las aportaciones de la segunda actividad, identificamos evidencias e indicios de KFLM. Así, una de ellas plantea: "[El número de cadenetas en una plaza rectangular es…] Dos, porque [los alumnos] digan solamente… (hace una cruz en el aire representando las diagonales)" identificando como cadenetas solo las diagonales (KFLM, Fortalezas y dificultades, Formas de interacción con un contenido matemático). Otra EPM indica: "Son 12, respondiendo a la misma cuestión, porque [los alumnos] piensen que de cada vértice salen 3 cadenetas, por cuatro vértices que tiene el rectángulo". En sus argumentos, los EPM consideran que todos los escolares utilizarían un registro de representación figural-icónico (KFLM, Formas de interacción con un contenido matemático). En estas intervenciones, además, se identifican evidencias o indicios de KoT (Procedimientos y Definiciones, propiedades y sus fundamentos), pues explican cómo los niños podrían resolver el problema haciendo uso de conceptos geométricos involucrados en la situación, como lados, diagonales y vértices de un polígono.

En el debate que se genera con la resolución de esta actividad, los EPM asumen el rol de la maestra al proponer este problema. Una EPM plantea que ella prepararía una maqueta del patio usando una caja de zapatos, y tiras de papel simulando las cadenetas para ayudar a los escolares a entender el enunciado, proponiendo el uso de material concreto para modelizar la situación (KMT, Estrategias, Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos).

Como síntesis, mostramos los resultados en la Tabla 1 que incluye los elementos de conocimiento especializado movilizado en el aula. Estos están organizados desde los subdominios, categorías e indicadores del modelo MTSK. Hemos puesto de relieve que se ha conseguido movilizar otros elementos de conocimiento especializado, además del pretendido con las dos actividades. Identificamos en la tabla dicho conocimiento pretendido subrayando la categoría o el indicador correspondiente.

Tabla 1. Resultados organizados desde el modelo MTSK

Subdominio	Categoría/indicador	Conocimiento especializado movilizado
KoT	Procedimientos	Saben cómo resolver el problema calculando las cadenetas nuevas de cada vértice o las totales por vértice entre dos, y por qué.
		Saben que el uso del sumatorio de los primeros términos de la sucesión de números naturales los lleva a la solución.
		Saben que la combinación de propiedades de los elementos geométricos involucrados puede llevarlos a la solución.
	Definiciones, propiedades y sus fundamentos	Conocen las propiedades que determinan que una figura sea un decágono.
		Saben cuáles son los atributos críticos que caracterizan a una diagonal o a un lado de un polígono.
		Conocen las propiedades de los elementos de un polígono.
	Registros de representación	Saben que los registros de representación figural-icónico, lengua natural, numérico, algebraico, geométrico y tabular son aplicables en la resolución del problema.
		Saben realizar conversiones entre distintos registros de representación y dentro de cada tipo.
KPM	<u>Prácticas particulares del quehacer matemático</u>	Saben que para llegar a una generalización desde casos particulares les interesa tabular la información para observar regularidades.
		Saben que el cambio del registro figural-icónico al registro algebraico promueve la generalización.
		Saben de la importancia de buscar estrategias de resolución alternativas y valorar su equivalencia.
	<u>Procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producir matemáticas</u>	Saben que la descomposición del problema en partes es una estrategia útil para su resolución.
		Saben que una estrategia usada en un problema similar ya resuelto y comprendido es aplicable en otros.
		Conocen la generalización de un procedimiento utilizado en un caso particular.
		Saben establecer relaciones entre distintos registros de representación para conseguir la resolución del problema.

Sub-dominio	Categoría/indicador	Conocimiento especializado movilizado
	Jerarquización y planificación como forma de proceder en la resolución de problemas matemáticos	Conocen cómo organizar los pasos a seguir en la resolución de un problema.
	Formas de validación y demostración	Saben cómo establecer la equivalencia entre dos expresiones generales desde particularizaciones de estas.
KFLM	Fortalezas y dificultades	Saben que los estudiantes de primaria pueden tener dificultades al considerar como cadenetas solo las diagonales.
	Formas de interacción con un contenido matemático	Saben que los escolares harán uso de varios registros, priorizando el figural-icónico en la resolución del problema.
KMT	Recursos materiales o virtuales	Saben que la creación de material manipulativo y su uso como registro de representación figural-icónico y geométrico favorece la resolución del problema.

5. Conclusiones

El objetivo de este trabajo es identificar el MTSK movilizado por los EPM cuando resuelven una tarea formativa basada en la práctica real de aula de primaria, centrado en las diagonales de un polígono. Durante la implementación se han discutido distintos aspectos del conocimiento, entre ellos la actividad matemática que puede generar, los elementos ligados al aprendizaje que puede promover y la gestión de la propia situación que, como maestros, podrían plantearse.

El análisis muestra que los EPM movilizan los elementos del MTSK pretendido (relacionado con indicadores de KPM y categorías de KFLM), así como otros elementos de conocimiento claves tanto del quehacer matemático como de la práctica de la enseñanza de las matemáticas. Entre estos destacamos: conocer el papel de la planificación para la resolución y la argumentación del problema sobre las diagonales (actividad 1); saber que la descomposición del problema planteado en partes es un proceso matemático que permite la resolución del problema; y saber cómo ponen en juego un procedimiento matemático determinado y por qué pueden hacerlo.

Ha sido especialmente significativa la forma en la que un EPM ha construido una tabla indicando en las filas el número de cadenetas en cada vértice basándose en el registro figural-icónico, pues le ha permitido identificar las regularidades que llevan a anticipar el número de cadenetas desde su número de vértices (ver Figura 3). El hecho de saber elegir los registros de representación apropiados para la resolución, y las conversiones particulares entre ellos, han favorecido la conversión al registro de representación algebraico con la expresión general del número de diagonales de un polígono. Este elemento de conocimiento, a diferencia de los anteriores, ha emergido en el primer ciclo de investigación como consecuencia de la interacción particular entre el formador y el grupo de EPM considerados, lo que nos revela la adecuación de incluirlo en el conocimiento pretendido para el siguiente ciclo de investigación.

En cuanto al PCK que se pone en juego, destacamos la propuesta de los EPM para que los hipotéticos alumnos de Primaria modelicen el problema mediante el uso de una caja de zapatos y tiras de papel. Saben que así favorecen su comprensión.

Algunos de los errores que se han detectado en la resolución de la tarea tienen su origen en imágenes incompletas del concepto (Carreño y Climent, 2019; Turégano, 2006), basadas en ejemplos prototípicos relacionados con polígonos convexos (Barrantes y Zapata, 2008). La reflexión sobre estos errores ha promovido la necesidad de mostrar ejemplos variados, contraejemplos y no ejemplos (Watson y Mason, 2005) de un mismo concepto para determinar, a partir de ellos, qué características relevantes se deben considerar y qué atributos son irrelevantes para la definición del concepto, pero pueden utilizarse, por ejemplo, para la clasificación de determinados objetos (Gutiérrez y Jaime, 2012).

El modelo MTSK ha sido una herramienta útil para el análisis de la práctica profesional de aula y para el diseño de tareas. También ha sido útil el *conocimiento evocado al investigador por las oportunidades* (Liñán-García et al., 2021), al enriquecer las transcripciones de las videograbaciones para convertirlas en caso (Barrera-Castarnado y Liñán-García, 2021). El uso del caso ha sido clave para la reflexión de los EPM sobre la práctica observada y la construcción de conocimiento especializado en conexión directa con su futura práctica profesional.

Esta investigación confirma, por un lado, la bondad del diseño de tareas formativas desde la investigación en Didáctica de las Matemáticas (Climent et al., 2016; Joglar-Prieto et al., 2022; Llinares et al., 2022; Major y Watson, 2018; Star y Strickland, 2008). Por otro, el potencial de dichas tareas para que los EPM movilicen conocimiento especializado útil para su futura práctica.

Posibles prospectivas de este trabajo son la implementación de estas tareas en otros centros universitarios para identificar aspectos que pudieran contribuir a mejorar las tareas formativas tratadas y el diseño de otras tareas sobre otros contenidos matemáticos y en otros niveles educativos.

Agradecimientos

Desarrollado en el marco del proyecto PID2021-122180OB-100 del Ministerio de Ciencia e Innovación del Gobierno de España, del Centro de Investigación COIDESO y de la Red MTSK (AUIP).

Referencias

Ball, D. L. & Forzani, F. M. (2007). What makes education research "educational"? *Educational Researcher*, *36*(9), 529-540. https://doi.org/10.3102/0013189X07312896

Barrantes, M. & Zapata, M. A. (2008). Obstáculos y errores en la enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas. *Campo Abierto*, *27*(1) 55-71. https://relatec.unex.es/revistas/index.php/campoabierto/article/view/1985/1273

Barrera-Castarnado, V. J. & Liñán-García, M. M. (2021). El conocimiento especializado en Matemáticas en las tareas formativas para la formación inicial de profesores de Educación Primaria. En J. M. Romero, M. Ramos, C. Rodríguez & J. M. Sola. (Eds.), *Escenarios Educativos investigadores: hacia una educación sostenible* (pp. 934-946). Dykinson.

Bassey, M. (1995). *Creating Education Through Research.* British Educational Research Association.

Boyd, D. J., Grossman, P. L., Lankford, H., Loeb, S. & Wyckoff, J. (2009). Teacher Preparation and Student Achievement. *Educational Evaluation and Policy Analysis, 31*(4),416-440. https://doi.org/10.3102/0162373709353129

Carreño, E. & Climent, N. (2019). Conocimiento especializado de futuros profesores de matemáticas de secundaria. Un estudio en torno a definiciones de cuadriláteros. *PNA, 14*(1), 23-53. http://hdl.handle.net/10481/60153

Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M. & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education, 20*(3), 236-253. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981

Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Carrillo, J., Liñán, M., Muñoz-Catalán, M. C, Barrera, V. & León, F. (2016). Construcción de conocimiento sobre características de aprendizaje de las Matemáticas a través del análisis de vídeos. *AIEM, 9*, 85-103. https://doi.org/10.35763/aiem.v0i9.108

Collins, A., Joseph, D. & Bielaczyc, K. (2004). Desing research: theoretical and methodological issues. *Journal of the Learning Sciences*, *13*(1), 15-42. https://doi.org/10.1207/s15327809jls1301_2

Da Ponte, J. P., Quaresma, M. & Branco, N. (2012). Prácticas profesionales de los profesores de matemáticas. *AIEM, 1*, 65-86. https://doi.org/10.35763/aiem.v1i1.5

Depaepe, F., Verschaffel, L. & Star, J. (2020). Expertise in developing students' expertise in mathematics: Bridging teachers' professional knowledge and instructional quality. *ZDM, 52*, 179-192. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01148-8

Duval R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels.* Peter Lang.

Fujita, T. & Jones, K. (2007) Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of cuadrilaterals: towards a theoretical framing. *Research in Mathematics Education, 9*(1), 3-20, https://doi.org/10.1080/14794800008520167

Gravemeijer, K. (2004). Local instruction theories as means of support for teachers in reform mathematics education. *Mathematical thinking and learning*, *6*(2), 105-128. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0602_3

Gutiérrez, Á. & Jaime, A. (2012). Reflexiones sobre la enseñanza de la geometría en primaria y secundaria. *Tecné, Epistema y Didaxis: TED*, *32*, 55-70. https://doi.org/10.17227/ted.num32-1859

Joglar-Prieto, N., Liñán-García, M. M. & Contreras, L. C. (2022). MTSK en la formación inicial del profesorado de Primaria. En: J. Carrillo, M. Á. Montes & N. Climent (Eds.), *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (pp. 207-222). Dykinson.

Kvale, S. (1996). *Interviews: An introduction to qualitative research interviewing*. Sage.

Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. Boletín Oficial del Estado, 340, de 30 de diciembre de 2020, 122868-122953. https://www.boe.es/boe/dias/2020/12/30/pdfs/BOE-A-2020-17264.pdf

Liñán-García, M. M., Contreras, L. C., Climent, C., Montes, M. A., Carrillo, J. & Muñoz-Catalán, M. C. (2019). Features of the specialised knowledge in Geometry of prospective primary teachers at the beginning of their training. En L. Jung (Ed.), *Student Teaching: Perspectives, Opportunities and Challenges* (pp. 57-107). Nova Science.

Liñán-García, M. M, Muñoz-Catalán, M. C., Contreras, L. C. & Barrera-Castarnado, V. J. (2021). Specialised Knowledge for Teaching Geometry in a Primary Education Class: Analysis from the Knowledge Mobilized by a Teacher and the Knowledge Evoked in the Researcher. *Mathematics*, *9*, 2805. https://doi.org/10.3390/math9212805

Liu R.-D., Wang, J., Star, J. R., Zhen, R., Jiang R.-H. & Fu, X.-C. (2018). Turning potential flexibility into flexible performance: moderating effect of self-efficacy and use of flexible cognition. *Front Psychol*, *9,* 646. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.00646

Llinares, S., Breda, A., Climent, N., Fernández, C., Font, V., Lupiáñez, J. L., Moreno, M., Perez-Tyteca, P., Ruiz-Hidalgo, J. F., & Sánchez, A. (2022). Formación y desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. En L. J. Blanco, N. Climent, M. T. González, A. Moreno, G. Sánchez-Matamoros, C. De Castro & C. Jiménez (Eds.), *Aportaciones al desarrollo del currículo desde la investigación en Educación Matemática* (pp. 480-530). Universidad de Granada.

López, E. M., Guerrero, A. C., Carrillo, J. & Contreras, L. C. (2015). La resolución de problemas en los libros de texto: un instrumento para su análisis. *AIEM,* 8, 73-94 https://doi.org/10.35763/aiem.v1i8.122

Macías, J. (2015). *Diseño y estudio de situaciones didácticas que favorecen el trabajo con registros semióticos.* [Tesis doctoral, Universidad Complutense de Madrid]. https://eprints.ucm.es/id/eprint/40389/

Major, L. & Watson, S. (2018). Using video to support in-service teacher professional development: the state of the field, limitations and possibilities. *Technology, Pedagogy and Education*, 27(1), 49-68. https://doi.org/10.1080/1475939X.2017.1361469

Markovits, Z. & Smith, M. (2008). Cases as tools in mathematics teacher education. En D. Tirosh & T. Woods (Eds.), *The International Handbook of Mathematics Teacher Education* (pp. 39-64). Sense.

Millman, R., Svec, K. & Williams, D. (2009). Tasks using video clips of children in a content Matematics course for future Elementary school teachers. En B. Clarke, B. Grevholm & R. Millman (Eds.), *Tasks in Primary Mathematics Teacher Education: Purpose, Use and Eemplars* (pp. 105-112). Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-09660-8_8

Molina, M., Castro, E. Molina, J. L. & Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, 29(1), 75-88. https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/243824/353427

Montes, M., Carrillo, J., Contreras, L. C., Liñán-García, M. M. & Barrera-Castarnado, V. J. (2019). Estructurando la formación inicial de profesores de matemáticas: una propuesta desde el modelo MTSK. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández & M. T. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: práctica de aula, conocimiento, competencia y desarrollo profesional* (pp. 157-176). Ediciones Universidad Salamanca.

Muñoz-Catalán, M. C., Ramírez-García, M., Joglar-Prieto, N. & Carrillo J. (2022). Mathematics Teacher's Specialised Knowledge to promote Algebraic Reasoning in Early Childhood Education as from a task of additive decomposition. *Infancia y Aprendizaje. Journal for the Study of Education and Development*, *45,* 37-80. https://doi.org/10.1080/02103702.2021.1946640

Ortega, T. & Pecharromán, C. (2015). Aprendizaje de conceptos geométricos a través de visualizaciones. *AIEM,* 7, 95-117. https://doi.org/10.35763/aiem.v1i7.84

Star, J. R. & Strickland, S. K. (2008). Learning to observe: Using video to improve pre-service mathematics teachers' ability to notice. *J Math Teacher Educ*, *11*(2), 107-125. https://doi.org/10.1007/s10857-007-9063-7

Strauss, A. & Corbin, J. (1994). Grounded Theory Methodology. En N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *Handbook of Qualitative Research* (pp. 217-285). Sage Publications.

Tall, D. & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educ Stud Math*, *12*(2), 151-169.

Turégano, P. (2006). Una interpretación de la Formación de Conceptos y su Aplicación en el Aula. *Ensayos, 21*, 35-50. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2280879

Watson, A. & Mason, J. (2005). *Mathematics as a constructive activity: Learners generating examples. Studies in Mathematical Thinking and Learning.* Erlbaum. https://doi.org/10.4324/9781410613714

∞

Víctor Javier Barrera Castarnado

Universidad de Sevilla (España)
Universidad CEU Fernando III, CEU Universities (España)
vbarrera@ceu.es | https://orcid.org/0000-0002-2276-0129

Luis Carlos Contreras González

Universidad de Huelva (España)
lcarlos@uhu.es | https://orcid.org/0000-0002-0044-2365

M.ª Cinta Muñoz Catalán

Universidad de Sevilla (España)
mcmunozcatalan@us.es | https://orcid.org/0000-0003-2329-7612

M.ª del Mar Liñán García

Universidad de Sevilla (España)
mlinan@us.es | https://orcid.org/0000-0003-1328-3356

Recibido: 4 de enero de 2023
Aceptado: 2 de noviembre de 2023

Teacher Specialised Knowledge: A Teaching Experiment Focused on a Formative Task about Geometry

Víctor Javier Barrera Castarnado @ [1,2], Luis Carlos Contreras González @ [3], M.ª Cinta Muñoz Catalán @ [1], M.ª del Mar Liñán García @ [1]

[1] Universidad de Sevilla (España)
[2] Centro de Estudios Universitarios Cardenal Spínola-CEU (España)
[3] Universidad de Huelva (España)

The initial training of teachers must be closely connected with professional practice and the research on it, enhancing the development of specialised knowledge by the mathematics teacher who prepares prospective primary teachers (PPT) for their future profession. We propose the use of formative tasks to develop such knowledge about geometry, which are designed from real classroom situations and validate through research with a teaching experiment. In this work, we focus on two activities of a formative task that deals with the definition of a diagonal and the calculation of the total number of diagonals of any type of polygon.

The design of the formative task begins with the observation of a teacher who teaches geometry. The analytical model of the Mathematics Teachers' Specialised Knowledge (MTSK) allows the identification of situations from real practice whose analysis in the initial training classroom could enhance reflection on aspects of teaching and learning the diagonals of a polygon. These situations are enriched with fictional information with the intention of promoting reflection on additional aspects relevant to teacher training, generating a case in which activities are designed with the intention of having the PPT mobilize indicators of knowledge (intended knowledge). Altogether, the case and the activities form a formative task.

The MTSK model also allows us to analyse the knowledge mobilised in an initial training classroom when solving the task, which is the objective of this work.

During the implementation of the formative task, aspects of knowledge have been discussed, including the mathematical activity that it can generate, the elements linked to learning that can be promoted, and the management of the situation that the PPT, as teachers, could consider.

The analysis shows that PPT mobilised elements of the intended knowledge (related to indicators of the knowledge of mathematical practice and categories of the characteristics of student learning), as well as other elements of knowledge of mathematical tasks and the practice of teaching mathematics.

The reflection involved in this resolution makes the PPT establish connections between elements of the teacher's specialised knowledge, generating a comprehensive understanding of the practice.