AIEM

AVANCES DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
Revista de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática

ISSN 2254-4313 | (2024) 25, 151-173 | aiem.es

seiem.es

Conexiones matemáticas asociadas al concepto vector en un texto de secundaria de la Nueva Escuela Mexicana

Mathematical Connections Associated with the Vector Concept in a High School Textbook of the New Mexican School

Flor Monserrat Rodríguez-Vásquez @, Viana Nallely García-Salmerón @, Jesús Romero-Valencia @

Universidad Autónoma de Guerrero (México)

Resumen ∞ La matemática es un universo de conexiones entre conceptos, teoremas y procedimientos e, incluso, se conciben como características de la disciplina conexiones no solo internas sino con otras disciplinas. Dichas conexiones matemáticas juegan un papel fundamental para la comprensión de conceptos, por lo que es necesario promoverlas en los materiales curriculares. Esta investigación tiene como objetivo analizar las conexiones matemáticas que se fomentan sobre el concepto vector en el libro *Saberes y Pensamiento Científico* en educación secundaria de la Nueva Escuela Mexicana, con base en tres categorías: temas unificadores, procesos y conectores matemáticos. Se considera que las conexiones matemáticas son relaciones entre ideas matemáticas, y son una característica propia de la matemática. Metodológicamente se hizo uso del análisis cualitativo de texto. Los resultados muestran que los temas unificadores, los procesos y los conectores matemáticos son agentes de comprensión y promueven conexiones entre el conocimiento conceptual y procedimental del concepto vector.

Palabras clave ∞ Análisis de texto; Conexiones matemáticas; Vector; Física; Matemáticas

Abstract ∞ Mathematics is a universe of connections between concepts, theorems, and procedures, they are even conceived as a feature of the discipline, not just internal connections but with some other. These connections play a fundamental role in concepts understanding; therefore, it is necessary to promote them in curricular materials. The goal of this paper is to analyze mathematical connections risen about the vector concept in the textbook "Saberes y Pensamiento Científico" of the high school education of the New Mexican School, based on three categories: unifying topics, mathematical procedures, and mathematical connectors. Mathematical connections are considered as relations between mathematical ideas, and they are one of the main features of mathematics. Methodologically, we use qualitative text analysis. Our results show that unifying topics, procedures, and mathematical connectors are understanding promoters, and they develop connections between conceptual and procedural knowledge of the vector concept.

Keywords ∞ Text analysis; Mathematical connections; Vector; Physics; Mathematics

Rodríguez-Vásquez, F. M., García-Salmerón, V. N., & Romero-Valencia, J. (2024). Conexiones matemáticas asociadas al concepto vector en un texto de secundaria de la Nueva Escuela Mexicana. *AIEM - Avances de investigación en educación matemática*, *25*, 151-173. https://doi.org/10.35763/aiem25.6442

1. Introducción

A partir del ciclo escolar 2023-2024 en educación básica en México (12-15 años de edad), se encuentra vigente el modelo educativo llamado la Nueva Escuela Mexicana (NEM), que promueve que el aprendizaje de los estudiantes se centre en los contenidos de las diferentes disciplinas que integran el currículum, además de que este se vea favorecido a partir de consideraciones de su entorno social y cultural. La NEM busca que los estudiantes y profesores aprendan a aprender, es de carácter integral y humanista y busca la priorización de las poblaciones en desventaja, ya sea por condiciones económicas o sociales, para así garantizar que todos los estudiantes reciban la misma educación y generar las mismas oportunidades de aprendizaje para todos (Subsecretaría de Educación Media Superior [SEMS], 2023).

Las asignaturas como matemáticas, inglés y física, entre otras, que eran habituales en los currículums anteriores en nivel básico, actualmente están agrupadas en cuatro campos formativos: Lenguajes; Saberes y Pensamiento Científico; Ética, Naturaleza y Sociedades; y De lo Humano y lo Comunitario. El campo formativo que considera al conocimiento matemático es el de Saberes y Pensamiento Científico e integra además las asignaturas de biología, física y química, y tiene como objeto de aprendizaje la comprensión y explicación de los fenómenos y procesos naturales, tales como el cuerpo humano, los seres vivos, la materia, la energía, la salud, el medioambiente y la tecnología, desde la perspectiva de diversos saberes y en su relación con lo social, articulando el desarrollo del pensamiento matemático (Secretaría de Educación Pública [SEP], 2022). Debido a que actualmente se trabaja por campos formativos, los nuevos libros de texto están diseñados bajo este criterio y son únicos para todas las entidades federativas de México.

Ahora bien, los libros de texto son de suma importancia como parte del currículum, pues son, sin duda, uno de los recursos principales de apoyo de los profesores para el desarrollo de su práctica docente. Posner (1998) define lo que denomina los cinco currícula simultáneos, que son: 1. Currículum oficial, que comprende lo relativo a planes y programas de estudio, materiales didácticos, guías curriculares y los objetivos que el sistema educativo vigente aspire a alcanzar mediante la aplicación de esos planes; 2. Currículum operacional, que se manifiesta en las prácticas y pruebas de enseñanza reales, concebido como el resultado de la aplicabilidad y utilidad del currículum oficial; 3. Currículum oculto, se manifiesta por las normas institucionales y valores no reconocidos abiertamente por profesores y funcionarios escolares; 4. Currículum nulo, consiste en los temas de estudio no enseñados o de aquellos temas que no tienen aplicabilidad ni utilidad aparente, se consideran como materias y contenidos superfluos; y 5. Extra currículum, que corresponde a las experiencias planeadas, externas al currículum oficial, es de carácter voluntario y se vincula con los intereses de los estudiantes. Además, Hadar y Ruby (2019) argumentan que el plan de estudio se define en tres niveles: lo previsto (los objetivos del plan de estudio), lo implementado (lo que se enseña en el aula) y lo alcanzado (lo que demuestran los estudiantes). Es importante notar que los libros de texto, de acuerdo a Hadar y Ruby, son mediadores entre el nivel previsto, implementado y lo alcanzado.

Particularmente, respecto a la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, los libros de texto son un instrumento fundamental (Berisha et al., 2013; Neuman et al., 2014; Shield & Dole, 2013; Sievert et al., 2019), ya que favorecen conexiones entre el contenido matemático y el mundo real, experiencias cotidianas, tecnología, actividades de aula, etc. Por otro lado, Rezat y Strässer (2014) señalan que, aunque la forma en que se utilizan los libros de texto varía mucho, estos son uno de los principales factores que influyen en la enseñanza de las matemáticas, además de que son parte de un tetraedro didáctico, dando forma a situaciones didácticas junto con el profesor, los estudiantes y las matemáticas. Por último, autores como Bråting y Kilhamn (2022), y Shield y Dole (2013), enfatizan que, para el profesor de nivel básico, el libro de texto es primordial, pues es una base para elaborar su plan de clases; para obtener información de la secuencia de los temas que se estudiarán durante el ciclo escolar; para observar las ideas de cómo abordar los contenidos, observar el tipo de ejercicios y problemas que están propuestos; y, al ser un material individual, a los estudiantes les permite trabajar a su propio ritmo y ser su principal fuente de consulta.

Asimismo, el análisis de los libros de texto de matemáticas, como parte del análisis de los contenidos curriculares en distintos niveles educativos y contextos, tiene lugar en los años ochenta y posee una gran tradición en el ámbito de la investigación a nivel internacional (Fan, 2013). Incluso, se considera como una línea de investigación en educación matemática con resultados prometedores expuestos en revistas y congresos de reconocido prestigio (Schubring & Fan, 2018).

Por otra parte, relativo a las conexiones matemáticas, Alsina y Coronata (2014) señalan que las conexiones matemáticas se refieren a las relaciones entre los diferentes temas de contenido matemático y entre los contenidos y los procesos matemáticos (intradisciplinariedad); las relaciones de las matemáticas con otras áreas de conocimiento (interdisciplinariedad); y las relaciones de las matemáticas con el entorno que nos rodea (enfoque globalizado). Para estos autores, aprender matemáticas desde esta triple visión —intradisciplinar, interdisciplinar y de manera globalizada— es uno de los principios fundamentales del aprendizaje de las matemáticas. Asimismo, el National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000) señala que las conexiones son uno de los cinco estándares matemáticos fundamentales que deberían trabajarse en los programas de enseñanza de todas los niveles educativos para que los estudiantes sean capaces de reconocer y usar las conexiones entre ideas matemáticas; comprender cómo las ideas matemáticas se interconectan y construyen unas sobre otras para producir un todo coherente, y reconocer y aplicar las matemáticas en contextos no matemáticos. Además, la NCTM (2000) asume una postura sobre la naturaleza de las matemáticas, y es que estas son una red de ideas estrechamente conectadas. Al respecto del nivel secundaria, menciona: "High school students are ready to look for connections among the many mathematical ideas they are encountering" (NCTM, 2000, p. 65).

Businskas (2008), con base en el análisis hecho de las nueve definiciones de conexión del Oxford English Dictionary, considera que la más apropiada para el contexto de matemáticas, es la dada por Brown (1993, citado en Businkas, 2008), quien menciona que una conexión es una relación o asociación causal o lógica, una interdependencia, de lo que la autora infiere:

> A mathematical connection is variously referred to in the literature as a relationship between mathematical ideas (implying that it exists independently of the learner), as a relationship that is constructed by the learner, and as process that is part of the activity of doing mathematics. (Businskas, 2008, p. 7)

En síntesis, Businskas menciona que las tres formas de considerar las conexiones son: como una característica de las matemáticas, como una construcción del aprendiz, y como el proceso de hacer asociaciones; y que las tres son viables. En esta investigación, consideraremos únicamente la primera, es decir, que las conexiones matemáticas son una relación entre ideas matemáticas —que son una característica de la matemática—. Asimismo, bajo el supuesto de las conexiones como una característica de la matemática, una de las conceptualizaciones de conexiones matemáticas es la dada por Coxford (1995, citado en Businkas, 2008, p. 8), quien las conceptualizó como ideas muy amplias o procesos que pueden ser usados para relacionar diferentes temas en matemáticas, bajo tres categorías*: temas unificadores, procesos matemáticos y conectores matemáticos.* Esta es la conceptualización de conexiones que usaremos y que se explicarán con mayor detalle en la siguiente sección.

Por otro lado, el concepto vector es importante para el estudio de diferentes temas, por ejemplo, en física, muchas de las magnitudes se representan con vectores, entre ellas, movimiento, fuerza, velocidad, aceleración, campo magnético y campo eléctrico. Estas magnitudes requieren conocer las representaciones gráficas y algebraicas de los vectores y sus operaciones básicas, como la suma, la resta, el producto punto y el producto cruz (Barniol & Zavala, 2014b; Gacovska-Barandovska et al., 2020; Harel, 2021; Heckler & Scaife, 2015; Knight, 1995; Mikula & Heckler, 2017; Shodiqin & Taqwa, 2021). Sierpinska et al. (1999) conciben al vector como una invariante de representaciones, interpretada en el contexto de la física como dibujos de flechas que representan fuerzas y sus combinaciones actuando sobre objetos. Sin embargo, vector es un concepto matemático del cual se ha documentado que estudiantes de diferentes niveles educativos tienen dificultades, tales como: trabajar con su representación gráfica, distinguir entre suma y resta de vectores, determinar su dirección y calcular su magnitud (Barniol & Zavala, 2014a; Carli et al., 2020; Latifa et al., 2021; Tairab et al., 2020). En particular, se ha reportado que algunas dificultades con el concepto vector se originan en nivel básico secundaria (12-15 años), ya que los estudiantes no desarrollan suficientes habilidades en torno a dicho concepto (Flores-García et al., 2007). De manera general, para coadyuvar a superar las dificultades en matemáticas, la literatura señala que establecer conexiones matemáticas puede incidir positivamente no solo a ello, sino a la comprensión de conceptos (Toh & Choy, 2021).

Por lo anterior, y dado que los libros de texto son un instrumento fundamental que favorece conexiones entre el contenido matemático y el mundo real, experiencias cotidianas, tecnología, actividades de aula, etc., y que son uno de los recursos principales para promover la comprensión de conceptos, el objetivo de este artículo es identificar las conexiones matemáticas que se promueven sobre el concepto vector en el libro de texto *Saberes y Pensamiento Científico* en educación secundaria de la Nueva Escuela Mexicana.

2. Conexiones matemáticas como una característica de las matemáticas

Coxford (1995) afirmó que la conexión matemática es la capacidad de conectar conocimientos conceptuales y procedimentales utilizando la matemática en diferentes temas, usando la matemática en actividades de la vida, y conociendo las conexiones entre temas en la misma matemática. Coxford conceptualizó a las conexiones matemáticas como ideas muy amplias o procesos que pueden ser usados para relacionar diferentes temas en matemáticas, bajo tres categorías*: temas unificadores, procesos matemáticos y conectores matemáticos.* A continuación, se define cada una de ellas:

Temas unificadores: Son temas que pueden utilizarse para dirigir la atención hacia la naturaleza conexa de las matemáticas. Es decir, perfilan las relaciones entre la naturaleza propia de la matemática. Coxford describe como ejemplos de temas unificadores a los conceptos de cambio, datos y forma.

> The notion of change may help connect algebra, geometry, discrete mathematics, and calculus... For example, how is a constant rate of change related to lines and linear equations? What changes occur in the graph of a function when a coefficient in the equation of the function is changed?... How does the perimeter or area of a plane shape change when it is transformed using isometries, size transformations, shears, or some unspecified linear transformation?... Each of these questions suggests opportunities to connect mathematical topics by relating them through the theme of change. (Coxford, 1995, pp. 4-5)

Procesos matemáticos: Se refiere a los métodos y técnicas para hacer operativa a la matemática. Coxford incluyó en esta categoría procesos matemáticos como la representación, la aplicación, la resolución de problemas y el razonamiento.

> For example, upper elementary school students should develop facility in moving back and forth among the concrete and pictorial models, the oral name, and the symbolic representation of any fraction or decimal. These connections are vital if students are to make sense out of later operations on numbers. (Coxford, 1995, p. 7)

Conectores matemáticos: Son ideas matemáticas que se plantean con relación al estudio de una amplia gama de temas. Coxford señala como ejemplos de conectores matemáticos las ideas de función, matriz, algoritmo, variable, razón y transformación.

> They are mathematical ideas that arise in relation to the study of a wide spectrum of topics. As such, they permit the student to see the use of one idea in many different and, perhaps, seemingly unrelated situations. (Coxford, 1995, p. 10)

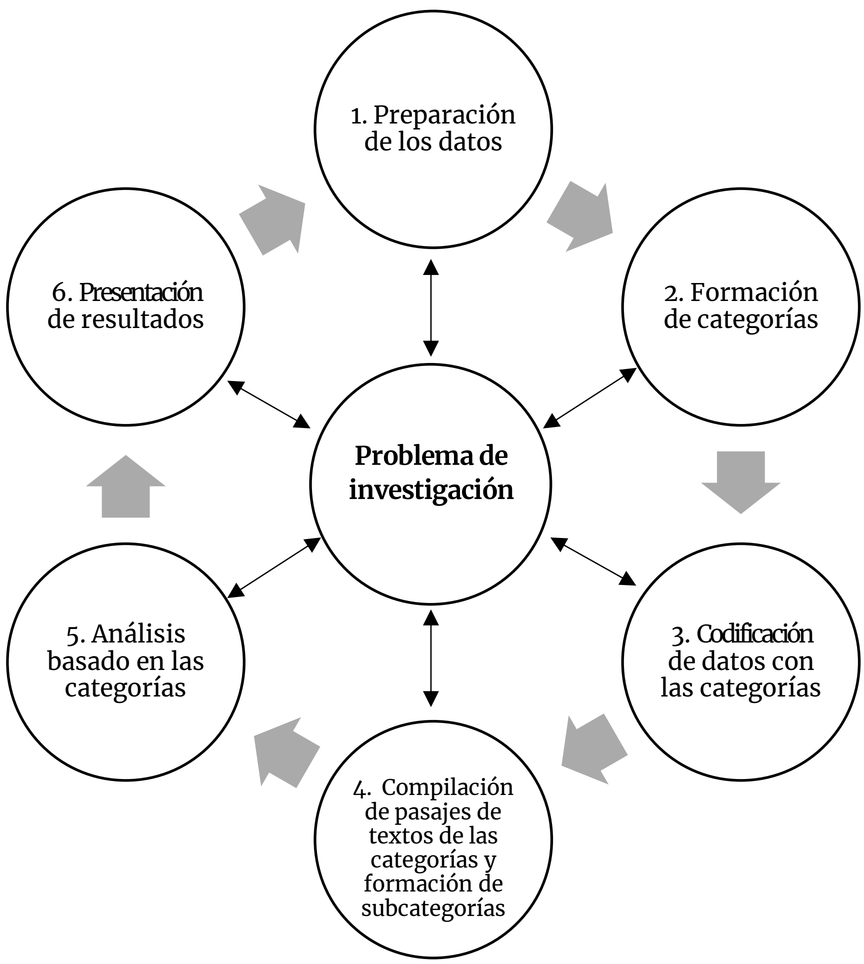
Es necesario mencionar que existe una distinción entre la categoría de temas unificadores y conectores matemáticos, pues, aunque tienen similitud en el sentido en que se basan en una noción de un tema común para vincular otros temas, Coxford menciona que la diferencia radica en el tamaño de la idea, es decir, en el primer caso se vislumbra a un número pequeño de grandes conceptos generales que caracterizan la matemática en general y en el segundo caso se visualiza a partir de un grande número de conceptos y procedimientos específicos que son usados en una variedad de temas. Señaló además que, para que los estudiantes comprendan conceptos en profundidad, deben poder hacer conexiones entre estos tres aspectos.

Finalmente, cabe mencionar que Businskas (2008) identificó las siguientes formas generales para reconocer las conexiones de acuerdo con Coxford: el tema A es un ejemplo de la idea unificadora B; el proceso A puede ser aplicado a muchos temas para producir múltiples maneras de verlo; y el tema A es una idea común a muchos temas.

3. Metodología

Para identificar las conexiones matemáticas asociadas al concepto vector que se promueven en el libro de texto de *Saberes y Pensamiento Científico* (SEP, 2023b), se usó el análisis cualitativo de texto propuesto por Kuckartz (2019), quien sugiere formar categorías y codificar los datos siguiendo seis pasos esenciales (Figura 1).

Figura 1. Modelo de análisis cualitativo de texto



Fuente: Adaptado de Kuckartz (2019).

Paso 1. Preparación de los datos. En este paso se debe de realizar una primera lectura del texto a analizar. Es una preparación inicial para la codificación del texto. En específico, en esta investigación se realizó una primera lectura inicial del libro de texto *Saberes y Pensamiento Científico* (SEP, 2023b) de segundo año de secundaria, e inicialmente se identificaron aspectos como la ubicación curricular del tema vectores y de los temas que anteceden y preceden.

Paso 2. Formación de categorías principales. Consiste en la creación de categorías principales. Para nuestro caso, se crearon las categorías con base en el objetivo de investigación, es decir, haciendo referencia a las categorías de conexiones matemáticas de Coxford (1995).

Paso 3. Codificación de datos con las categorías. Se busca una organización de los datos con base en la codificación. Particularmente, luego del paso 1 y del paso 2, a cada categoría se le asignó un código y un color en el texto para identificarlas, verde para *temas unificadores* (TU), rosado para *procesos matemáticos* (PM) y azul para *conectores matemáticos* (C). La asignación de colores se corresponde con la técnica de subrayado.

Paso 4. Compilación de pasajes de texto y formación de subcategorías. Se compilaron los fragmentos de texto de las categorías principales y se realizó una segunda codificación para crear subcategorías, las cuales surgieron a partir de las características de las conexiones matemáticas y del contexto de los datos. Solo se asignaron subcategorías para PM. En la Tabla 1 se muestran las categorías y subcategorías con sus respectivos códigos, así como ejemplos de los elementos clave que sirvieron para identificarlas en los datos, en este caso consisten en oraciones alusivas a las características que se buscan según cada subcategoría.

Paso 5. Análisis basado en las categorías. Se analizaron los textos compilados, considerando las categorías y subcategorías y las relaciones entre ellas.

Paso 6. Presentación de resultados. Se describen los resultados con base en el análisis cualitativo de texto. En nuestro caso, este paso se corresponde con la sección de resultados.

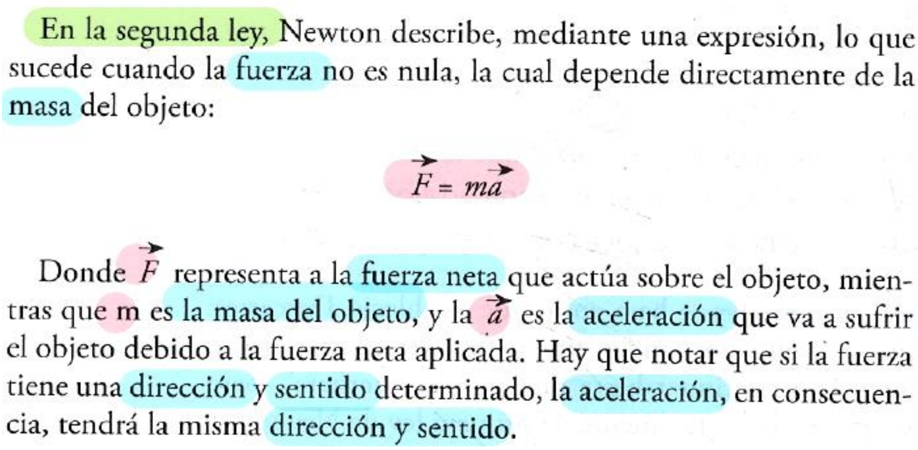
Tabla 1. Categorías, subcategorías y códigos para el análisis

Categorías Código *Subcategorías* Código subcategorías	**Elementos clave para la codificación**
Temas unificadores TU	Temas de cambio, datos y forma. Ejemplo: si un objeto se mueve, su ubicación cambia en el espacio después de un tiempo. Cuando la velocidad cambia, la aceleración mide este cambio.
Procesos Matemáticos PM	
Representación simbólica PM-RS	Símbolos y expresiones matemáticas. Ejemplo: un vector se indica $\vec{x}$. El tiempo inicial y final se simbolizan t_i y t_f, respectivamente.
Representación pictórica PM-RP	Imágenes, fotografías o diagramas que representen problemas o conceptos matemáticos.
Representación gráfica PM-RG	Cuando se le asigna a un concepto un objeto geométrico. Ejemplo: el vector como una flecha.
Aplicación PM-A	Situaciones de la vida cotidiana donde el concepto vector es usado. Ejemplo: cuando una persona, de repente, gira, está acelerando (la aceleración es una magnitud vectorial).
Resolución de problemas y razonamiento PM-RPR	Situaciones problema que requieren del concepto vector para ser resueltas.
Conectores matemáticos C	Conceptos que son usados para explicar otros conceptos. Ejemplo: La aceleración es el cambio de velocidad que ocurre en un tiempo (se requieren de concepto de velocidad para explicar la aceleración).

En los pasajes de texto, se fueron identificando y resaltando palabras u oraciones clave que estuvieran asociadas con alguna de las categorías/subcategorías y se adjudicaron códigos, como se muestra en la Figura 2, la cual se toma como referencia para explicar cómo se llevó a cabo este proceso.

En este pasaje de texto, la segunda Ley de Newton encaja con el código TU, debido a que aparece como un tema general. Se aprecia que se proporciona la fórmula para determinar la fuerza, se explica el significado de las variables que intervienen y cómo se simbolizan (PM-RS), en este caso, dichas variables (resaltadas en azul) son otros conceptos que funcionan como conectores matemáticos (C) para estudiar la mencionada Ley.

Figura 2. Ejemplo del análisis de los pasajes de texto



En la segunda ley, Newton describe, mediante una expresión, lo que sucede cuando la fuerza no es nula, la cual depende directamente de la masa del objeto:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Donde $\vec{F}$ representa a la fuerza neta que actúa sobre el objeto, mientras que m es la masa del objeto, y la $\vec{a}$ es la aceleración que va a sufrir el objeto debido a la fuerza neta aplicada. Hay que notar que si la fuerza tiene una dirección y sentido determinado, la aceleración, en consecuencia, tendrá la misma dirección y sentido.

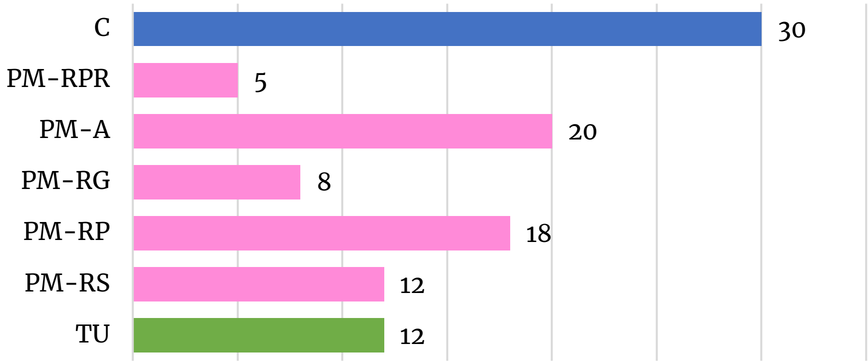
Fuente: Saberes y Pensamiento Científico (SEP, 2023b, p. 288).

4. Resultados

Al realizar una lectura inicial del libro de texto se identificó que el concepto vector no se aborda rigurosamente o en una forma abstracta, sino que se usa para representar y explicar fenómenos físicos. Este concepto se encuentra implícito en el tema de *Equilibrio*, para estudiar la fuerza de fricción y las fuerzas en equilibrio; en el tema de *Dinámica* para estudiar el concepto de fuerza, el movimiento, la velocidad, la aceleración y las Leyes de Newton; y en el tema de *Hidrostática*, para representar gráfica y simbólicamente la fuerza de presión ejercida sobre los cuerpos. Las conexiones identificadas son descritas a continuación, primero, por categoría y, después, por tema.

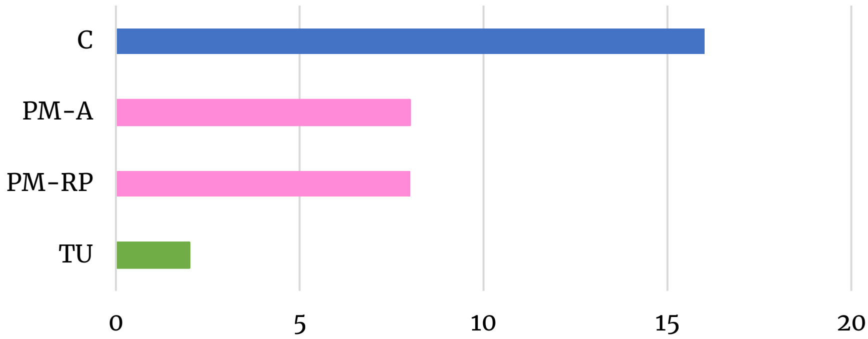
En *temas unificadores* (TU) abundaron situaciones de cambio y, por supuesto, conceptos generales que se estudian uno a uno, por ejemplo, movimiento, velocidad, aceleración y fuerza. En cuanto a la categoría de *procesos matemáticos* (PM), están presentes cuestiones de modelación y el uso de vectores para explicar situaciones de la vida cotidiana. Se identificaron cinco subcategorías de PM: *representación simbólica* (PM-RS), *representación pictórica* (PM-RP), *representación gráfica* (PM-RG), *aplicación* (PM-A) y *resolución de problemas y razonamiento* (PM-RPR). Por último, en la categoría de *conectores matemáticos* (C) se encontró una variedad de conceptos que son usados para explicar otros conceptos (ejemplo: estática, cinética, equilibrio mecánico, peso), así como conceptos que en un primer momento desempeñaron el papel de TU, pero que posteriormente eran necesarios para estudiar conceptos subsecuentes (ejemplo: velocidad, aceleración, fuerza). De manera general, se hallaron 63 códigos asociados a la categoría de PM, donde destacan PM-RP y PM-A. Se detectaron 30 códigos de C y 12 referentes a TU (Figura 3).

Figura 3. Códigos identificados por categorías y subcategorías



En el tema de *Equilibrio*, se encontraron los códigos TU, PM-A, PM-RP y C. Predominaron los códigos correspondientes a *conectores matemáticos*, seguido de los relacionados con procesos matemáticos en las subcategorías de aplicación y representación pictórica y, finalmente, los relativos a *temas unificadores* (Figura 4).

Figura 4. Códigos en el tema de equilibrio



Como TU, la fuerza de fricción y fuerzas en equilibrio se encargan de explicar el cambio que puede sufrir un cuerpo si existe una fuerza opuesta a su movimiento, así como la existencia de la fuerza opuesta al peso de los cuerpos que provoca que se mantengan en reposo. Para dar esta explicación, los autores del libro involucran otros conceptos como *conectores matemáticos* (C), tal como equilibrio estático, equilibrio cinético, velocidad, movimiento, movimiento rectilíneo uniforme, tensión, compresión, fuerza resultante, entre otros, como se muestra en la Figura 5.

Figura 5. Ejemplos de conectores matemáticos para estudiar el concepto de fuerzas en equilibrio

Un cuerpo o sistema de cuerpos puede tener dos tipos de equilibrio: estático y dinámico. El *equilibrio estático* se refiere al que un cuerpo o sistema de cuerpos no experimenta cambios en su posición o velocidad, es decir, se encuentra en reposo. Por otro lado, el *equilibrio dinámico* se refiere a que un cuerpo o sistema de cuerpos se mueve con un movimiento rectilíneo uniforme, en otras palabras, tiene una velocidad constante. Es importante considerar, en ambos casos, que las fuerzas que actúan sobre el cuerpo o sistema se anulan unas a otras, es decir, su suma es igual a cero.

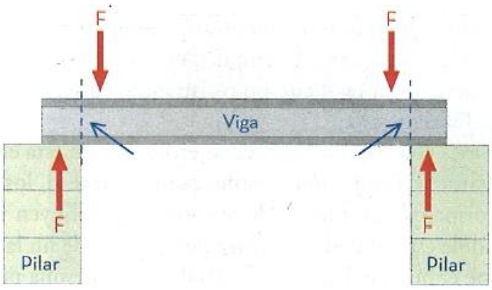
Fuente: Saberes y Pensamiento Científico (SEP, 2023b, p. 193).

Para demostrar la existencia de la fuerza de fricción y las fuerzas en equilibrio, se recurre a imágenes fotográficas y dibujos (PM-RP) que dan explicación a alguna situación cotidiana (PM-A). Por ejemplo, en la Figura 6, el texto de la izquierda explica cómo actúan las fuerzas en un puente colgante (PM-A), incluye también un código PM-RP, porque esta explicación se apoya en una fotografía para coadyuvar al razonamiento del estudiante. A la derecha de la misma figura, se detalla cómo se equilibran las fuerzas de compresión en una estructura compuesta por pilares y vigas, que, aunque se usa una flecha para representarlas y las simbolizan con la letra F, no se aclara de manera inmediata que la representación es un vector.

Figura 6. Ejemplo de códigos PM-A y PM-RP en equilibrio

Un ejemplo más complejo sobre fuerzas en equilibrio está en las ejercidas sobre un puente colgante. Cuando una persona camina sobre él, los cables o cuerdas se tensan de tal forma que las fuerzas de tensión se distribuyen y anulan el peso de la persona dándole estabilidad, pero para poder pasar de un lado a otro, si alguna cuerda se rompe el puente dejará de ser estable y la persona podría caerse.

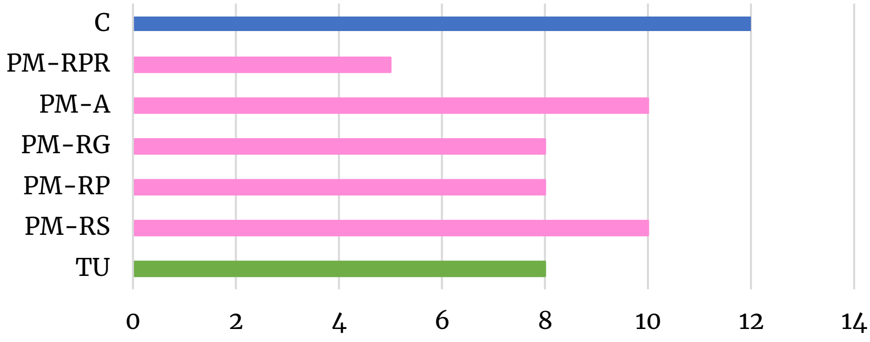
En la imagen observamos que cada cable en el puente está equilibrado al actuar fuerzas de tensión en la misma dirección y magnitud, pero en sentido contrario.



Fuente: Saberes y Pensamiento Científico (SEP, 2023b, pp. 193-194).

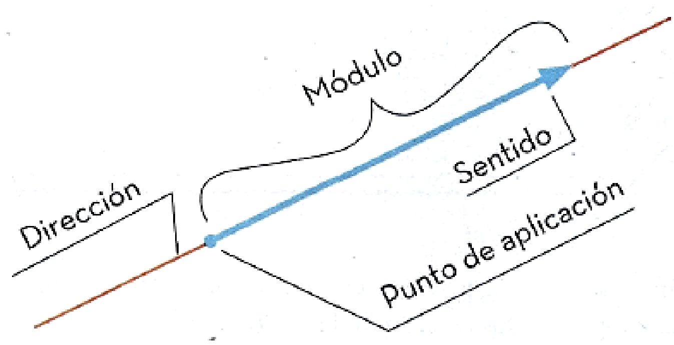
En el tema de *Dinámica*, se identificaron todos los códigos. Sin embargo, igual que en el tema anterior, predominaron los códigos C, seguido de los relacionados con la aplicación y la representación simbólica (Figura 7).

Figura 7. Códigos en el tema de dinámica



Como TU, se encontró fricción, fuerza, velocidad, movimiento, aceleración, Leyes de Newton, desplazamiento y posición. En *Dinámica*, se presenta explícitamente la representación gráfica de fuerza. Se menciona que la fuerza es una magnitud vectorial, sin embargo, no se hace referencia a que su representación se llama vector. En cambio, se indica que estas magnitudes se representan esquemáticamente con una flecha, por consiguiente, se asignó un código PM-RG. Es importante señalar que, aunque en la Figura 8 se muestran las características de dirección, punto de aplicación, módulo y sentido, estas no son descritas en el texto.

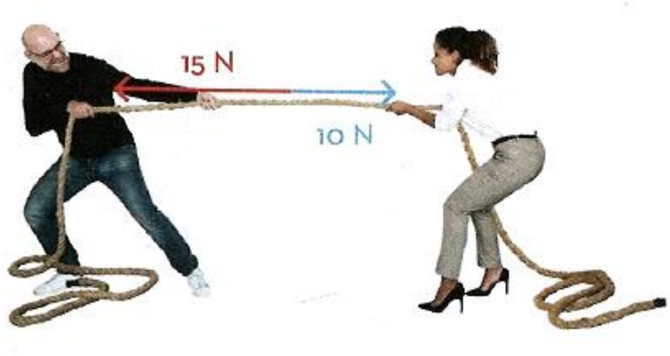
Figura 8. Representación de un código PM-RG encontrado en dinámica



Fuente: Saberes y Pensamiento Científico (SEP, 2023b, p. 280).

En la Figura 9 se muestra el ejemplo de una representación pictórica de dos personas tirando de una cuerda. Lo que se quiere representar y explicar es que, al estar las dos fuerzas en la misma dirección, pero con diferente sentido, estas se restan (está indicando un problema matemático), por lo tanto, es un código PM-RP. Además, las fuerzas están expresadas como 15N y 10N, siendo N el símbolo de la unidad de medida de fuerza, en consecuencia, también corresponde un código PM-RS.

Figura 9. Representación de códigos PM-RP y PM-RS encontrados en dinámica



Fuente: Saberes y Pensamiento Científico (SEP, 2023b, p. 281).

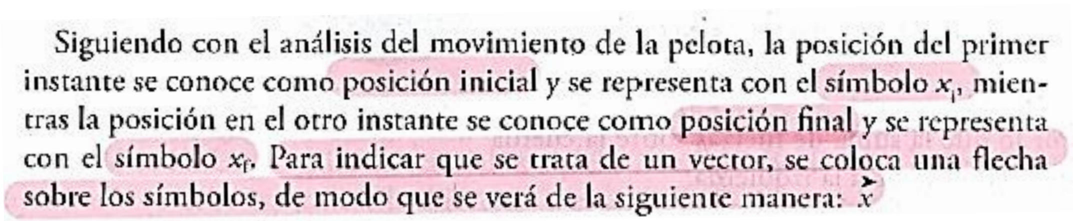
A partir de aquí en los dibujos (PM-RP) se agrega una flecha sobre la letra F, para hacer referencia a la fuerza $\vec{F}$ (PM-RS) como magnitud vectorial, pero en el texto no se aclara el significado de esta simbología (Figura 10).

Figura 10. Ejemplo de códigos PM-RG, PM-RP y PM-RS en dinámica

Fuente: Saberes y Pensamiento Científico (SEP, 2023b, p. 281).

Es hasta el concepto de velocidad donde se menciona que, para simbolizar un vector (PM-RS), se debe colocar una flecha sobre los símbolos (Figura 11).

Figura 11. Ejemplo de un código PM-RS en dinámica



Siguiendo con el análisis del movimiento de la pelota, la posición del primer instante se conoce como posición inicial y se representa con el símbolo x_i, mientras la posición en el otro instante se conoce como posición final y se representa con el símbolo x_f. Para indicar que se trata de un vector, se coloca una flecha sobre los símbolos, de modo que se verá de la siguiente manera: $\vec{x}$

Fuente: Saberes y Pensamiento Científico (SEP, 2023b, p. 282).

La Figura 12 ejemplifica un código PM-RPR, en este caso, se requiere del concepto de velocidad para explicar lo que sucede cuando se deja caer una pelota en línea recta y, naturalmente, su posición respecto al punto inicial va cambiando con el tiempo (previamente explicado sin usar símbolos y fórmulas). Se observa que la velocidad es tratada como una magnitud vectorial, pues en el resultado está simbolizada como $\vec{v}$ y, por lo tanto, está expresada en términos de su magnitud, dirección y sentido (la palabra “cayendo” puede entenderse como “en dirección vertical y hacia abajo”). Para resolver esta situación, se requiere el uso de símbolos, fórmulas y otros conceptos (posición, tiempo), por lo cual corresponden también los códigos PM-RS y C.

Figura 12. Ejemplo de códigos PM-RPR, PM-RS y C en dinámica

En el ejemplo de la pelota, se tendrían que sustituir valores:

$$\begin{aligned}\vec{v} &= \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} \\ &= \frac{39.2\text{ m} - 29.4\text{ m}}{4\text{ s} - 3\text{ s}} \\ &= \frac{9.8\text{ m}}{1\text{s}} \\ &= 9.8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\end{aligned}$$

Por lo que la velocidad de la pelota es:

$$\vec{v} = 9.8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\ \text{cayendo}$$

Fuente: Saberes y Pensamiento Científico (SEP, 2023b, p. 283).

En el caso de la Figura 13 se requiere del concepto de aceleración para explicar lo que sucede cuando un automóvil aumenta su velocidad (previamente explicado sin usar símbolos y fórmulas), lo que corresponde a PM-RPR. Se puede notar que la aceleración es tratada como una magnitud vectorial, pues el resultado está simbolizado como $\vec{a}$ y, en consecuencia, está en términos de su magnitud, dirección y sentido. Dado que en este párrafo se observa el uso de símbolos y fórmulas, y se requiere de otros conceptos para estudiar la aceleración (velocidad, tiempo, dirección, sentido) también se hallaron los códigos PM-RS y C.

Figura 13. Representación de un código PM-RPR

Así, en el ejemplo del automóvil, si el auto va a 15 m/s en una carretera, de repente acelera durante 5 segundos, y al pasar ese intervalo de tiempo, llega a una velocidad de 30 m/s, su aceleración será:

$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{30\frac{\text{m}}{\text{s}} - 15\frac{\text{m}}{\text{s}}}{5\text{ s} - 0\text{ s}} = \frac{15\frac{\text{m}}{\text{s}}}{5\text{ s}} = 3\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$\vec{a} = 3\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ en la misma dirección y sentido a los que se dirigía desde el inicio.

Fuente: Saberes y Pensamiento Científico (SEP, 2023b, p. 286)

El tema de *Dinámica* también está expuesto mediante aplicaciones en la vida cotidiana (PM-A), tal como se ve en la Figura 14, donde se explica la tercera Ley de Newton con dos ejemplos sencillos con los que los estudiantes pueden estar familiarizados: caminar y nadar.

Figura 14. Ejemplo de un código PM-A en dinámica

Algunas situaciones donde se ejemplifica la tercera ley de Newton serían:

- En el simple hecho de caminar: los pies empujan el suelo (fuerza de acción) y el suelo empuja a los pies (fuerza de reacción), y es eso lo que permite avanzar.
- Cuando un nadador se impulsa hacia adelante a través del agua, la fuerza de acción de sus brazos al empujar el agua hacia atrás genera una fuerza de reacción opuesta que hace que el nadador se mueva hacia adelante.

Fuente: Saberes y Pensamiento Científico (SEP, 2023b, p. 288).

Finalmente, en el tema de *Hidrostática* se identificaron los códigos de TU, PM-RS, PM-RP, PM-A y C. Por ejemplo, en la Figura 15 se detectaron tres códigos, el principio de Pascal encarna un tema general (TU); para poder determinar alguna de las variables que intervienen en el estudio de este concepto se requiere una fórmula (PM-RS) y, simultáneamente, del conocimiento de otros conceptos, tal como fuerza y área (C).

Figura 15. Ejemplos de códigos TU, PM-RS y C en hidrostática

El principio de Pascal utiliza la fórmula de la presión como fundamento y, de acuerdo con el enunciado, la presión de entrada será la misma a la salida, entonces:

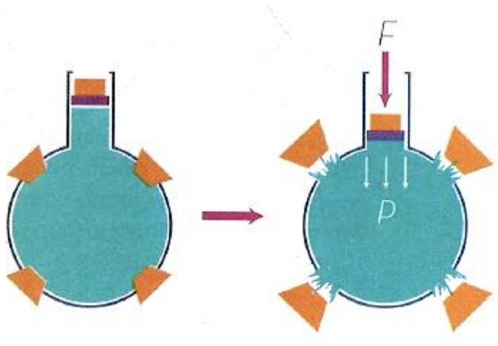
$$\frac{\vec{F}}{A} = \frac{\vec{f}}{a}$$

En esta fórmula, utilizamos letras mayúsculas para identificar el área y la fuerza mayor, y letras minúsculas para el área y la fuerza menor.

Fuente: Saberes y Pensamiento Científico (SEP, 2023b, p. 294).

Una forma de comprobar el principio de Pascal es con la llamada ‘jeringa de Pascal’. Este procedimiento es explicado de manera escrita en la página 295 del libro de texto y se ilustra con apoyo de la Figura 16 (PM-RP), sin embargo, es de notar que, a diferencia de la fórmula de la Figura 15, en esta figura la fuerza no está simbolizada como una magnitud vectorial.

Figura 16. Ejemplo de un código PM-RP en hidrostática



Fuente: Saberes y Pensamiento Científico (SEP, 2023b, p. 295).

Un código PM-A está ejemplificado en la Figura 17, en la cual se dice que el elevador o prensa hidráulica es una aplicación del principio de Pascal.

Figura 17. Ejemplo de un código PM-A en hidrostática

Los superhéroes son seres de ficción, poseen cualidades físicas o mentales consideradas sobrehumanas o extraordinarias, por ejemplo, levantar un auto; sin embargo, una persona cualquiera también lo puede hacer, gracias a la física. Existe un dispositivo llamado *elevador* o *prensa hidráulica* que permite levantar autos con una sola mano sin recibir ayuda de un superhéroe. Este mecanismo fue aportación de Blaise Pascal, y su funcionamiento se explica con el Principio de Pascal.

Fuente: Saberes y Pensamiento Científico (SEP, 2023b, p. 294).

5. Discusión y Conclusiones

El objetivo de este artículo fue mostrar las conexiones matemáticas sobre el concepto vector en el libro de texto *Saberes y Pensamiento Científico* de educación secundaria de la NEM. Para alcanzar este objetivo, se tomaron como referencia las categorías sobre conexiones matemáticas expuestas por Coxford (1995), es decir: *temas unificadores*, *procesos* y *conectores matemáticos*. Estos aspectos fueron considerados como categorías de investigación para llevar a cabo el análisis cualitativo de texto. Durante este proceso de análisis se identificaron además cinco subcategorías en *procesos matemáticos* (PM). Se encontró un mayor número de conexiones relacionadas con PM, seguido de C y TU.

Vector es un concepto matemático, y el primer acercamiento de los estudiantes de secundaria es desde la física. En este sentido, se observó que, para este nivel educativo, no se pretende introducir la forma abstracta de vector, sino que se usa para representar y explicar fenómenos físicos. El concepto vector está implícito en tres temas del libro de texto ya referido. En el tema de Equilibrio es necesario para estudiar la fuerza de fricción y las fuerzas en equilibrio. En este tema, se encontraron las tres categorías de conexiones y dos subcategorías de PM, las referentes a la representación pictórica y a la aplicación. En el caso de las representaciones pictóricas se buscaron imágenes, fotografías o diagramas que representaran problemas o situaciones asociadas al concepto vector, que, de acuerdo con Otero et al., (2002), este tipo de elementos resultan más sencillos que las palabras para comunicar conocimiento, por lo que pueden favorecer el proceso de comprensión. Y, en cuanto a la aplicación, en Barniol y Zavala (2014a) se menciona que es un indicador de la comprensión, por lo que interesaron situaciones de la vida cotidiana donde se usa el vector, las cuales encarnan el comportamiento de las fuerzas en pilares y vigas, o la fuerza que nos permite desplazarnos al caminar, por mencionar algunos ejemplos.

A decir de los conectores matemáticos identificados en este tema, debe resaltarse que algunos de ellos son conceptos con los que el estudiante podría no estar familiarizado, sin embargo, son usados durante el desarrollo del tema de manera inmediata, por ejemplo: movimiento rectilíneo uniforme, fuerza resultante, tensión, peso, gravedad, entre otros. Lo anterior, puede ocasionar dificultades en el aprendizaje, tal como se menciona en Slisko (2005), donde se presenta una clasificación de los conceptos físicos en tres niveles. En el tercer nivel (general) aparecen objeto, propiedad, punto de referencia, etc.; en el segundo nivel (intermedio) se encuentra partícula, movimiento, inercia, gravitación, etc.; y en el primer nivel (específico), corresponde a fuerza, energía, aceleración, potencial, etc. Entonces, la exclusión de los conceptos del tercer y segundo nivel, de acuerdo con Slisko, genera dificultad para comprender los conceptos de primer nivel.

En el tema de Dinámica, el concepto vector es usado para estudiar la fuerza, el movimiento, la velocidad, la aceleración y las Leyes de Newton. En este tema se encontraron todas las categorías y subcategorías de conexiones matemáticas. Como TU, se encontró fricción, fuerza, velocidad, movimiento, aceleración, Leyes de Newton, desplazamiento y posición. En este tema abundaron conexiones de *procesos matemáticos*, por ejemplo, aquí es donde se especifica que la representación gráfica de una fuerza es una flecha (PM-RG), pero hasta ese momento no se menciona que se llama vector. Al respecto, en la Figura 8 se muestra una flecha y se señalan sus características: dirección, módulo, sentido y punto de aplicación, no obstante, dentro del texto, no son definidas. Además, al módulo posteriormente lo llaman magnitud, lo que puede provocar confusiones en los estudiantes si previamente no se aclara que significan lo mismo, como menciona Tairab et al. (2020), un aprendizaje sólido requiere que en el diseño curricular se reconsidere el uso de un lenguaje específico. Heckler y Scaife (2015) refieren que, a pesar de que la representación de flecha resulta más intuitiva y ayuda a visualizar mejor los problemas, si no es introducida en clases de manera apropiada, por sí misma puede representar una dificultad para los estudiantes. Esto puede causar posteriormente otras dificultades, como ya lo han reportado Barniol y Zavala (2014a), Heckler y Scaife (2015) y Mikula y Heckler (2017), sobre aquellas que persisten hasta nivel universitario en determinar la magnitud y dirección de un vector usando el formato de flecha.

También se plantean algunos ejemplos de situaciones problema (PM-RPR), sin embargo, parecen ser insuficientes y tratados de manera superficial, tal que, para resolverlos, implican procedimientos sencillos dónde no se exige cognitivamente al estudiante. Estas características, en Pincheira y Alsina (2021), están asociadas a tareas de demanda cognitiva de bajo nivel, es decir, que involucran reproducir fórmulas, reglas o definiciones, que se requiere solo la reproducción exacta del material previamente visto, que la tarea es clara y direccionada, que se realizan procesos rutinarios o evidentes, que hay poca ambigüedad sobre lo que se debe hacer y cómo hacerlo, etc. Sin embargo, Sievert et al. (2019) recomiendan que los profesores sean capaces de evaluar la calidad de los libros de texto, ya que el tipo de tareas y el contenido de los libros influyen en el aprendizaje. Asimismo, son la base para elaborar el plan de clase, para implementar los contenidos y son la principal fuente de consulta de los estudiantes (Bråting & Kilhamn, 2022; Shield & Dole, 2013).

En este mismo tema, se observó que se motiva a los estudiantes a usar diferentes símbolos para referirse a un concepto (PM-RS), no obstante, sobre el símbolo de fuerza, se notó que dentro del texto no se menciona que, como magnitud vectorial, se coloca una flecha sobre la letra F ($\vec{F}$), lo cual no concuerda con lo encontrado en la Figura 10, donde sí aparece la simbología correcta. Es hasta que se estudia la velocidad, para representar un cambio de posición $x_f - x_i$, cuando se aclara que se debe colocar una flecha sobre una $\vec{x}$ para especificar el atributo vectorial. Con el uso de este tipo de símbolos se introducen fórmulas como las de velocidad y aceleración. Usar diferentes símbolos para presentar un concepto, también es un indicador de la comprensión (Haji & Yumiati, 2019). Durante el tema de dinámica se induce a que los estudiantes representen a las magnitudes vectoriales con flechas y de manera algebraica. Por último, en el tema de Hidrostática, fue donde se hallaron un menor número de códigos: TU, PM-RS, PM-RP, PM-A y C.

En general, se observó que el libro de texto únicamente muestra información básica teórica sobre los temas que involucran al concepto vector y no hay una variedad de ejercicios, problemas o actividades experimentales propuestos al respecto. Lo que puede deberse a que, de acuerdo con la NEM (SEP, 2022; SEP, 2023a), se deja a total autonomía del profesor el diseño de proyectos integradores que involucren diferentes contenidos de la propia asignatura o de otras disciplinas, así como el entorno sociocultural y emocional del estudiante, sin embargo, indican que se requiere habilidad y experiencia del docente para reconocer los elementos para una buena planificación e implementación de los contenidos que concurran hacia una comprensión por parte de los estudiantes, por lo que el análisis aquí propuesto, aporta conocer las relaciones entre los conocimientos conceptuales y procedimentales requeridos para la comprensión del concepto objeto de estudio a partir del análisis cualitativo de texto.

En este sentido, al igual que García-García et al., (2022) reconocemos la importancia de analizar documentos curriculares para conocer las conexiones matemáticas que se promueven en ellos, lo que favorece la integración del conocimiento y la interdisciplinariedad, útiles para potenciar la resolución de problemas de aplicación, matemáticos y no matemáticos y, por ende, incrementar la comprensión matemática. Asimismo, se manifiesta la importancia de que el profesor cambie su práctica y haga explícitas las conexiones matemáticas a través no solo de los planes de clases, sino de los libros de texto.

Ahora bien, independientemente de cómo se definan las conexiones matemáticas, al igual que Weinberg (2001) y Businskas (2008), se reconoce que su eficacia para el aprendizaje requiere la actividad del estudiante, sobre todo si hay una intervención eficaz sobre el objeto o por el sujeto que las promueva, en este caso particular, si hay una intervención eficaz en la enseñanza basada en el libro de texto como recurso didáctico.

Finalmente, aunque es entendible que la fuente analizada corresponde a la primera edición del libro *Saberes y Pensamiento Científico*, con base en los resultados del análisis del texto, se recomienda una reestructuración en su redacción, pues, aunque no era el objetivo de investigación, se identificaron oraciones incongruentes para el entendimiento de los usuarios.

Referencias

Alsina, A., & Coronata, C. (2014). Los procesos matemáticos en las prácticas docentes: diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 3*(2), 23-36. https://doi.org/10.24197/edmain.2.2014.23-36

Barniol, P., & Zavala, G. (2014a). Evaluación del entendimiento de los estudiantes en la representación vectorial utilizando un test con opciones múltiples en español. *Revista mexicana de física E*, *60*(2), 86-102.

Barniol, P., & Zavala, G. (2014b). Force, velocity, and work: The effects of different contexts on students' understanding of vector concepts using isomorphic problems. *Physical Review Special Topics-Physics Education Research, 10*(2), 1-15. https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.10.020115

Berisha, V., Thaçi, X., Jashari, H., & Klinaku, S. (2013). Assessment of mathematics textbooks potential in terms of student's motivation and comprehension. *Journal of Education and Practice*, *4*(28), 33-37.

Bråting, K., & Kilhamn, C. (2022). The Integration of Programming in Swedish School Mathematics: Investigating Elementary Mathematics Textbooks. *Scandinavian Journal of Educational Research, 66*(4), 594-609. https://doi.org/10.1080/00313831.2021.1897879

Businskas, A. M. (2008). *Conversations about connections: How secondary mathematics teachers conceptualize and contend with mathematical connections* [Tesis Doctoral publicada]. Universidad Simon Fraser. https://bac-lac.on.worldcat.org/oclc/755208445

Carli, M., Lippiello, S., Pantano, O., Perona, M., & Tormen, G. (2020). Testing students ability to use derivatives, integrals, and vectors in a purely mathematical context and in a physical context. *Physical Review Physics Education Research*, *16*(1). https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.16.010111

Coxford, A. F. (1995). The case for connections. In P. A. House & A. F. Coxford (Eds.), *Connecting mathematics across the curriculum* (pp. 3-12). National Council of Teachers of Mathematics.

Fan, L. (2013). Textbook research as scientific research: Towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. *ZDM–The International Journal on Mathematics Education, 45*(5), 765-777. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0530-6

Flores-García, S., Gonzalez-Quezada, M., & Herrera-Chew, A. (2007). Dificultades de entendimiento en el uso de vectores en cursos introductorios de mecánica. *Revista Mexicana de Física E*, *53*(2), 178-185.

Gacovska-Barandovska, A., Celakoska-Jordanova, V., & Celakoska, E. (2020). Analyzing educational objectives that include critical thinking: Dot product problems in Vector Algebra. *International Journal on Studies in Education*, 2(2), 108-118. https://doi.org/10.46328/ijonse.16

García-García, J., Hernández-Yañez, M. E., & Rivera-López, M. I. (2022). Conexiones matemáticas promovidas en los planes y programas de estudio mexicanos de nivel secundaria y media superior sobre el concepto de ecuación cuadrática. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 13. https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v13i0.1485

Hadar, L. L., & Ruby, T. L. (2019). Cognitive opportunities in textbooks: the cases of grade four and eight textbooks in Israel. *Mathematical Thinking and Learning*, *21*(1), 54-77. https://doi.org/10.1080/10986065.2019.1564968

Haji, S., & Yumiati (2019). NCTM's Principles and standards for developing conceptual understanding in Mathematics. *Journal of Research in Mathematics Trends and Technology, 1*(2), 56-65. https://doi.org/10.32734/jormtt.v1i2.2836

Harel, G. (2021). The learning and teaching of multivariable calculus: a DNR perspective. *ZDM–Mathematics Education*, *53*(3), 709-721. https://doi.org/10.1007/s11858-021-01223-8

Heckler, A., & Scaife, T. (2015). Adding and subtracting vectors: The problem with the arrow representation. *Physical Review Special Topics-Physics Education Research, 11*(1), 1-17. https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.11.010101

Knight, R. (1995). The vector knowledge of beginning physics students. *The Physics Teacher, 33*(2), 74-77. https://doi.org/10.1119/1.2344143

Kuckartz, U. (2019) Qualitative text analysis. A systematic approach. In G. Kaiser & N. Presmeg (Eds.), *Compendium for early career researchers in mathematics education* (pp. 181-197). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15636-7

Latifa, B. R. A., Purwaningsih, E., & Sutopo, S. (2021). Identification of students' difficulties in understanding of vector concepts using test of understanding of vector. *Journal of Physics: Conference Series*, *2098*(1), 1-5. https://doi.org/10.1088/1742-6596/2098/1/012018

Mikula, B. D., & Heckler, A. F. (2017). Framework and implementation for improving physics essential skills via computer-based practice: Vector math. *Physical Review Physics Education Research*, *13*(1), 1-23. https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.13.010122

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Autor.

Neuman, J., Hemmi, K., Ryve, A., & Wiberg, M. (2014, junio). Mathematics textbooks' impact on classroom instruction: Examining the views of 278 Swedish teachers. *Proceedings of the Seventh Nordic Conference on Mathematics Education, NORMA 14, 3-6 June 2014, Turku (Åbo), Finland.*

Otero, M. R., Moreira, M. A., & Greca, I. M. (2002). El uso de imágenes en textos de física para la enseñanza secundaria y universitaria. *Investigações em Ensino de Ciências*, 7(2), 127-154.

Pincheira, N., & Alsina, Á. (2021). Explorando la demanda cognitiva de tareas matemáticas de búsqueda de patrones diseñadas por futuros profesores de Educación Primaria. En P. D. Diago, D. F. Yáñez, M. T. González-Astudillo & D. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 489-496). SEIEM.

Posner, G. (1998). *Análisis de currículum* (2da. Edición). McGraw-Hill Interamericana, S.A.

Rezat, S., & Strässer, R. (2014). Mathematics textbooks and how they are used. In P. Andrews, & T. Rowland (Eds.), *Master class in mathematics education: International perspectives on teaching and learning* (pp. 51-62). Bloomsbury. https://doi.org/10.5040/9781350284807.ch-005

Schubring, G., & Fan, L. (2018). Recent advances in mathematics textbook research and development: An overview. *ZDM Mathematics Education*, *50*(5), 765-771. https://doi.org/10.1007/s11858-018-0979-4

Secretaría de Educación Pública [SEP] (2022). *Avance del contenido del Programa sintético de la Fase 6*. https://educacionbasica.sep.gob.mx/wp-content/uploads/2022/12/Avance-Programa-Sintetico-Fase-6.pdf

Secretaría de Educación Pública [SEP] (2023a). *Plan de estudios para la educación preescolar, primaria y secundaria*. https://educacionbasica.sep.gob.mx/wp-content/uploads/2023/07/Plan_de_Estudios_para_la_Educacion_Preescolar_Primaria_y_Secundaria.pdf

Secretaría de Educación Pública [SEP] (2023b). *Saberes y pensamiento científico*. Autor. https://www.conaliteg.sep.gob.mx/2023/S2SAA.htm#page/1

Shield, M., & Dole, S. (2013). Assessing the potential of mathematics textbooks to promote deep learning. *Educational studies in mathematics*, *82*, 183-199. https://doi.org/10.1007/s10649-012-9415-9

Shodiqin, M., & Taqwa, M. (2021). Identification of student difficulties in understanding kinematics: focus of study on the topic of acceleration. *Journal of Physics: Conference Series, 1918*(2), pp. 1-5). https://doi.org/10.1088/1742-6596/1918/2/022016

Sierpinska, A., Dreyfus, T., & Hillel, J. (1999). Evaluation of a teaching design in linear algebra: the case of linear transformations. *Recherches en Didactique des Mathématiques 19,* (1), 7-40.

Sievert, H., van den Ham, A. K., Niedermeyer, I., & Heinze, A. (2019). Effects of mathematics textbooks on the development of primary school children's adaptive expertise in arithmetic. *Learning and Individual Differences*, *74*, 1-13. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2019.02.006

Slisko, J. (2005). Errores en los libros de texto de física: ¿cuáles son y por qué persisten tanto tiempo? *Sinéctica, Revista Electrónica de Educación*, *27*, 13-23.

Subsecretaría de Educación Media Superior [SEMS] (2023). *La Nueva Escuela Mexicana (NEM): orientaciones para padres y comunidad en general*. Autor.

Tairab, H., Al Arabi, K., Rabbani, L., & Hamad, S. (2020). Examining Grade 11 science students' difficulties in learning about vector operations. *Physics Education*, *55*(5). https://doi.org/10.1088/1361-6552/aba107

Toh, T. L., & Choy, B. H. (Eds.) (2021). *Mathematics-Connection and Beyond. Yearbook 2020*. Association of Mathematics Educators. World Scientific. https://doi.org/10.1142/12279

Weinberg, S. L. (2001). Is there a connection between fractions and division? Students' inconsistent responses. *Annual Meeting of the American Educational Research Association*. https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED456045.pdf

∞

Flor Monserrat Rodríguez-Vásquez

Universidad Autónoma de Guerrero
flor.rodriguez@uagro.mx | https://orcid.org/0000-0002-9596-4253

Viana Nallely García-Salmerón

Universidad Autónoma de Guerrero
viana.varane@uagro.mx | https://orcid.org/0000-0002-7454-9050

Jesús Romero-Valencia

Universidad Autónoma de Guerrero
jesusromero@uagro.mx | https://orcid.org/0000-0002-3606-890X

Recibido: 16 de diciembre de 2023
Aceptado: 16 de abril de 2024

Mathematical Connections Associated with the Vector Concept in a High School Textbook of the New Mexican School

Flor Monserrat Rodríguez-Vásquez @, Viana Nallely García-Salmerón @, Jesús Romero-Valencia @

Universidad Autónoma de Guerrero (México)

Mathematics is a universe of connections between concepts, theorems, and procedures, they are even conceived as a feature of the discipline. Mathematical connections are relations that are presented from the intradisciplinarity, interdisciplinarity, and with a globalized approach, since they can be reached internally between the elements of the area, externally because they can be achieved between mathematics with some other disciplines, and finally, they can be obtained between the subject and our environment. In any case, it is a topic of interest for research to identify them and suggest promoting them from the curriculum, particularly in textbooks, since they are one of the main resources for teaching and learning used by teachers and students. Thus, the goal of this paper is to analyze mathematical connections risen about the vector concept in the textbook "Saberes y Pensamiento Científico" of the high school education of the New Mexican School, we do the above based on the categories: unifying topics (TU), mathematical procedures (PM), and mathematical connectors (C). Methodologically we use qualitative text analysis, so we propose categories, subcategories, and a codification of those to analyze the textbook. Those that focus on the connected nature of mathematics are identified in category TU, procedures that refer to methods and techniques to make math operational are identified in category PM, and finally in category C are identified mathematical ideas about the vector concept and its relation with a wide range of other topics. We found 63 codes associated with the category PM, in which PM-RP and PM-A stand out. 30 codes of category C were detected and 12 referred to TU. Moreover, we observed that the vector concept is implicit in the Equilibrium topic for studying the friction and equilibrium forces; in Dynamics to study the force concept, motion, velocity, acceleration, and Newton's laws, and in Hydrostatic to represent graphic and symbolically the pressure force acting on objects. However, the topic is not treated rigorously or abstractly, but it is used to represent and explain physical phenomena. Thus, we conclude that unifying topics, procedures, and mathematical connectors categories are understanding promoters, and they develop connections between conceptual and procedural knowledge of the vector concept.