

## Naturaleza y papel de las conexiones en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas

### *The Nature and Role of Mathematical Connections in the Teaching and Learning of Mathematics*

Vicenç Font @ <sup>1</sup>, Camilo Andrés Rodríguez-Nieto @ <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Universitat de Barcelona (España)

<sup>2</sup> Universidad de la Costa (Colombia)

**Resumen** ∞ Las investigaciones sobre el proceso de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas han puesto de manifiesto la importancia que tienen las conexiones en dicho proceso. Una mirada global a los artículos de este monográfico evidencia que la investigación sobre las conexiones matemáticas es una temática cada vez más relevante para la Educación Matemática y, también, que sus referentes teóricos cada vez están más desarrollados.

**Palabras clave** ∞ Conexiones matemáticas; Conexiones etnomatemáticas; Enfoque ontosemiótico

**Abstract** ∞ Research on learning and teaching mathematics has highlighted the importance of connections in this process. A global look at the articles in this monograph shows that research on mathematical connections is an increasingly relevant topic for Mathematics Education and, also, that its theoretical references are becoming more developed.

**Keywords** ∞ Mathematical connections; Ethnomathematical connections; Ontosemiotic approach

Font, V., & Rodríguez-Nieto, C. A. (2024). Naturaleza y papel de las conexiones en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. *AIEM – Avances de investigación en educación matemática*, 25, 1-7.  
<https://doi.org/10.35763/aiem25.6777>

El interés por el papel de las conexiones en la educación es un tema muy actual, ya que vivimos en un mundo en el que las personas constantemente están conectadas gracias a la conectividad permanente que posibilita internet y a las redes sociales. Puesto que vivimos es un mundo constantemente interconectado en todas las dimensiones de la experiencia humana, un monográfico sobre conexiones podría ser un número de la revista AIEM que abarcara un gran abanico de temas en los que las conexiones tienen un rol fundamental. Ahora bien, el monográfico que presentamos tiene unas pretensiones mucho más modestas.

En este monográfico se pretende profundizar en lo que podríamos llamar la línea clásica de investigación sobre las conexiones matemáticas. En esta línea, podemos situar investigaciones de tipo cognitivo que consideran que la comprensión se consigue con la integración/conexión de representaciones mentales del sujeto (Hiebert y Carpenter, 1992) y a los Principios y Estándares del NCTM (2000), ya que en esta publicación se considera que el establecimiento de conexiones matemáticas es importante para que los estudiantes comprendan conceptos matemáticos, relacionen significados, representaciones, usen fórmulas adecuadamente para hacer procedimientos y vinculen las matemáticas con situaciones de la vida real. La publicación de los Principios y Estándares del NCTM (2000) fue un gran impulso para que las conexiones pasasen a tener un papel relevante en la Educación Matemática y para que aumentase el interés en investigarlas.

La revisión de la literatura de la investigación en Educación Matemática sobre las conexiones, sobre todo la realizada en Iberoamérica, evidencia diferentes grupos de investigaciones. Un primer grupo está enfocado al desarrollo de herramientas teóricas específicas para el estudio de la actividad matemática relacionada con el proceso de conexión. Un segundo grupo de investigaciones se centran en el desarrollo de herramientas teóricas para el análisis de la actividad matemática en general. Ahora bien, dado que en la actividad matemática el establecimiento de conexiones es un aspecto clave, este segundo grupo ha desarrollado, en particular, herramientas para analizar actividad matemática relacionada con el proceso de conexión.

En el primer grupo, destaca la Teoría Ampliada de las Conexiones (TAC). Se trata de una teoría que, inicialmente, consideró que una conexión matemática es una relación verdadera entre dos ideas matemáticas A y B, y que ha desarrollado una tipología de conexiones para el estudio de las conexiones matemáticas. Esta teoría considera dos grandes grupos de conexiones, las intra-matemáticas y las extra-matemáticas, aunque se ha centrado sobre todo en las conexiones intra-matemáticas, ya que solo se considera un tipo de conexión extra-matemática: la conexión de modelado (Evitts, 2004). Se puede considerar que Businskas (2008) inició esta teoría con seis tipos de conexiones (modelado, orientada a la instrucción, procedimental, representaciones diferentes, parte-todo e implicación) y se ha ido ampliando, en diferentes artículos, con otros tipos: característica (Eli et al., 2011), reversibilidad y significado (García-García & Dolores-Flores, 2020, 2021) y metafórica (Rodríguez-Nieto et al., 2022). Es decir, se trata de una teoría que se desarrolla por extensión y que se seguirá, previsiblemente, ampliando con nuevos tipos de conexiones. En el primer artículo de este monográfico, Barragán, Campo-

Meneses y García-García estudian, usando como referente teórico cinco categorías de conexiones contempladas en la TAC y mediante un análisis temático, las conexiones matemáticas que establecen cuatro estudiantes mexicanos de primer semestre de bachillerato cuando resuelven tareas que involucran a la ecuación lineal.

En el segundo artículo del monográfico, Hatisaru, Stacey y Star investigan las conexiones matemáticas activadas por futuros profesores de matemáticas de secundaria cuando resuelven problemas de álgebra. Los autores encontraron, usando la TAC como referente teórico, que los profesores establecieron conexiones de representaciones diferentes, procedimental, parte-todo y significado. Sin embargo, en el análisis de datos no se reconocieron algunas conexiones de la TAC por algunas limitaciones de esta teoría o bien por el tipo de problemas propuestos. A partir de esta conclusión, los autores reflexionan sobre las categorías de conexiones de la TAC, mencionando que la mayoría de los estudios en esta línea de investigación se enmarcan en el contexto intra-matemático y poco en el contexto extra-matemático donde emergen las conexiones de modelado. Ante esta situación, concluyen que la TAC se debe robustecer y matizar sus categorías de conexiones, de manera que ayude a los docentes e investigadores a identificarlas mejor y, en particular, cuando se trata de resolución de problemas abiertos sobre temáticas de álgebra.

Siguiendo el hilo de la conclusión del segundo artículo, en nuestra opinión, las investigaciones que usan como referente teórico categorías de conexiones de la TAC presentan, entre otros, dos aspectos problemáticos. Por una parte, la exigencia de que la conexión sea verdadera, lo cual lleva implícito un problema filosófico que no es menor (¿qué hay que entender por verdadero en matemáticas?) y, por otra parte, el problema de explicar por qué algunas de las conexiones que hacen los alumnos no son verdaderas y, por tanto, no se pueden considerar conexiones. Estas dos limitaciones han llevado a algunos de los investigadores que usan la TAC a ampliar este referente teórico recurriendo al segundo grupo de investigaciones comentado en el tercer párrafo.

Del segundo grupo de investigaciones, dada su presencia como referente teórico en algunos de los artículos de este monográfico, queremos destacar el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS) (Godino et al., 2007). En el EOS se considera que para estudiar la actividad matemática es necesario recurrir a la ontología, es decir, considerar los objetos matemáticos que intervienen en la actividad matemática y cómo se relacionan entre ellos mediante funciones semióticas. Una función semiótica es una relación triádica entre un antecedente (expresión/objeto inicial) y un consecuente (contenido/objeto final) establecida por un sujeto (persona o institución) de acuerdo con un cierto criterio o código de correspondencia (Godino et al., 2007); el establecimiento de una función semiótica se puede considerar como una conexión no categorizada.

Podemos considerar que el artículo de Rodríguez-Nieto et al. (2022) es una conexión entre ambos grupos de investigaciones, ya que integra un tipo de análisis pensado para cualquier actividad matemática (propuesto por el EOS) con herramientas de análisis para un tipo específico de actividad matemática (conexiones) propuestas por la TAC. En términos metafóricos se puede decir, como resultado de

esta articulación, que el proceso de conexión puede ser entendido como un iceberg donde, para explicar cómo un individuo establece conexiones, es necesario tener en cuenta la parte sumergida del iceberg, la cual consiste en un conglomerado de prácticas matemáticas, objetos matemáticos primarios activados en ellas, funciones semióticas que relacionan estos objetos primarios, y otros procesos matemáticos. Este conglomerado es necesario para que se activen las conexiones intra y extra-matemáticas, y es en este conglomerado donde hay que buscar la principal explicación del no establecimiento de alguna conexión por parte del alumnado. Por otra parte, el hecho de considerar la dualidad personal/institucional permite situar las conexiones “verdaderas” de la TAC en el ámbito institucional y permite considerar también como conexiones las que establece el alumnado que no son verdaderas, en este caso, serían conexiones personales.

En este momento podemos observar que se está produciendo un doble desarrollo teórico para el estudio de las conexiones. En el caso de la TAC observamos cómo se va ampliando el número de tipos de conexiones, lo que estamos llamando una ampliación por extensión, con una mirada unitaria a las conexiones; mientras que con la articulación entre el EOS y la TAC podríamos hablar de una ampliación por profundización, ya que la conexión, además de ser mirada de manera unitaria, pasa a ser mirada de una manera sistémica. Ahora bien, este desarrollo teórico se ha centrado sobre todo en las conexiones intra-matemáticas, quedando pendiente el desarrollo teórico de las conexiones extra-matemáticas, ya que para esta tipología en la TAC solo se considera la categoría de modelado.

En este monográfico hay dos artículos que profundizan en el desarrollo de la tipología de conexiones extra-matemáticas. En el tercer artículo del monográfico, Varga, Vanegas y Giménez estudian, usando las herramientas función semiótica y configuración epistémica del EOS, las conexiones extra-matemáticas establecidas por un grupo de 250 futuros docentes de Educación Primaria cuando resuelven dos tareas profesionales que abordan diversas nociones geométricas. Estos autores evidencian la emergencia de conexiones metafóricas de tipo *grounding* (permiten acceder de una idea extra-matemática a un objeto intra-matemático) y las interdisciplinares genéricas (uso de elementos extra-matemáticos pertenecientes a una disciplina para comprender un objeto intra-matemático).

En el cuarto artículo, Ledezma, Rodríguez-Nieto y Font formulan la siguiente pregunta: ¿cuál es el papel de las conexiones, en particular el de las extramatemáticas, en el proceso de modelización? Para responderla, se consideran tres referentes teóricos y se sigue la metodología usada en dos articulaciones teóricas previas desarrolladas entre el EOS y la TAC (Rodríguez Nieto et al., 2022) y entre el EOS y el Ciclo de Modelización Matemática desde una Perspectiva Cognitiva (Ledezma et al., 2023). Esta metodología se basa en el uso del modelo de análisis de la actividad matemática propuesto por el EOS para analizar la actividad matemática implicada en el establecimiento de conexiones y en el proceso de modelización. Los principales resultados de este análisis son, por una parte, la evidencia del papel que juegan las conexiones en las diferentes fases del proceso de modelización y, por otra parte, la propuesta de una clasificación más detallada de las conexiones, tanto de las intra como de las extra-matemáticas. En este artículo las conexiones se estudian desde

la dualidad unitaria/sistémica del EOS; y esta última perspectiva lleva a entender el ciclo de modelización también como un iceberg, de manera que las fases del ciclo de modelización estarían en la superficie y su establecimiento dependería de un conglomerado sumergido formado por conexiones, prácticas matemáticas, objetos matemáticos primarios activados en ellas, funciones semióticas que relacionan estos objetos primarios, y otros procesos matemáticos.

El quinto artículo de este monográfico, Manchego-Palacio, Utria-Hernández y Aroca-Araujo, si bien tiene similitudes con el tercero y el cuarto, ya que también se enfoca en las conexiones extra-matemáticas, investiga las conexiones usando como referente teórico la Etnomatemática. Los autores entienden por conexión etnomatemática las relaciones entre ideas matemáticas que pueden presentarse como conceptos, representaciones, significados o saberes que guardan rastros de similitudes o rastros de diferencias entre las ideas matemáticas presentes en dos o más grupos socioculturales. Las conexiones etnomatemáticas no necesariamente se desarrollan dentro del aula, puesto que estas conexiones también pueden estar presentes en el propio entorno donde se desarrolla la práctica sociocultural. En la fase etnográfica quienes realizan las conexiones etnomatemáticas son los profesores investigadores y en la fase educativa quienes las realizan son los alumnos.

En el sexto artículo de este monográfico, De Gamboa, Caviedes y Badillo también aplican la dualidad unitaria/sistémica a las conexiones considerando dos niveles de análisis para las conexiones matemáticas en un contexto de aula (la mirada unitaria o primer nivel les permite considerar una conexión, mientras que la mirada sistémica o segundo nivel les permite considerar una conexión como un conjunto de conexiones elementales). En este artículo los autores, atendiendo a la naturaleza de los datos, utilizan un marco de conexiones construido de manera inductiva a partir de la observación sistemática de sesiones reales de clase y presenta diversos tipos de conexiones matemáticas coincidentes con las ya reportadas en la literatura, a la vez que introduce nuevos tipos de conexiones. Este marco teórico es usado para analizar ocho sesiones reales de clase de un grupo de estudiantes de 12-13 años que estudian los números decimales. Los resultados muestran una relación entre la emergencia de tipos específicos de conexiones matemáticas y el posible desarrollo de componentes específicas del sentido numérico en los estudiantes.

Por último, en el séptimo artículo, Rodríguez-Vásquez, García-Salmerón y Romero-Valencia estudiaron el tratamiento y conexiones matemáticas promovidas sobre el concepto de vector en el libro de texto “Saberes y Pensamiento Científico en educación secundaria de la Nueva Escuela Mexicana” Para ello, tomaron como referente la visión de conexiones de Coxford (1995) como la capacidad de conectar conocimientos conceptuales y procedimentales, y su relación con la vida cotidiana, y los tres aspectos cruciales para establecer conexiones: temas unificadores, procesos y conectores matemáticos. En sus resultados muestran que, en el libro de texto, se encontraron conexiones acerca del concepto de vector, relacionadas con: 1) *temas unificadores*, referidas a situaciones de cambio y movimiento, velocidad, aceleración y fuerza; 2) en los *procesos matemáticos* se caracterizan aspectos de modelación y el uso de vectores para explicar situaciones de la vida cotidiana, resaltando la relevancia de las representaciones simbólicas, pictóricas y gráficas con

sus aplicaciones; y 3) en cuanto a los *conectores matemáticos* se encontró una variedad de conceptos que son usados para explicar otros conceptos (ejemplo: estática, cinética, equilibrio mecánico, peso, velocidad, aceleración, fuerza). Los autores concluyen que el libro de texto analizado tiene potencial para conseguir la comprensión del objeto vector gracias a las conexiones que se promueven en él, y que son necesarias para lograr dicha comprensión. Los resultados de esta investigación son coherentes con los obtenidos en Rodríguez-Nieto et al. (2024).

Una mirada global a los artículos de este monográfico evidencia que la investigación sobre las conexiones matemáticas es una temática cada vez más relevante para la Educación Matemática y, también, que sus referentes teóricos cada vez están más desarrollados.

## REFERENCIAS

- Businskas, A. M. (2008). *Conversations about connections: How secondary mathematics teachers conceptualize and contend with mathematical connections* (Unpublished PhD dissertation). Simon Fraser University.
- Coxford, A. F. (1995). The case for connections. In P. A. House & A. F. Coxford (Eds.), *Connecting mathematics across the curriculum* (pp. 3-12). National Council of Teachers of Mathematics.
- Eli, J. A., Mohr-Schroeder, M. J., & Lee, C. W. (2011). Exploring mathematical connections of prospective middle-grades teachers through card-sorting tasks. *Mathematics Education Research Journal*, 23(3), 297-319. <https://doi.org/10.1007/s13394-011-0017-0>
- Evitts, T. (2004). *Investigating the mathematical connections that preservice teachers use and develop while solving problems from reform curricula* (Unpublished PhD dissertation). Pennsylvania State University College of Education.
- García-García, J., & Dolores-Flores, C. (2020). Exploring pre-university students' mathematical connections when solving calculus application problems. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 52(6), 912-936. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1729429>
- García-García, J., & Dolores-Flores, C. (2021). Pre-university students' mathematical connections when sketching the graph of derivative and antiderivative functions. *Mathematics Education Research Journal*, 33(1), 1-22. <https://doi.org/10.1007/s13394-019-00286-x>
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Hiebert, J., & Carpenter, T. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research of mathematics teaching and learning* (pp. 65-79). Macmillan.
- Ledezma, C., Font, V., & Sala, G. (2023). Analysing the mathematical activity in a modelling process from the cognitive and onto-semiotic perspectives. *Mathematics Education Research Journal*, 35(4), 715-741. <https://doi.org/10.1007/s13394-022-00411-3>
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Autor.

Rodríguez-Nieto, C. A., Cabrales, H. A., Arenas-Peñaloza, J., Schnorr, V., & Font, V. (2024). Onto-semiotic analysis of Colombian engineering students' mathematical connections to problems-solving on vectors: A contribution to the natural and exact sciences. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 20(5), 2-24. <https://doi.org/10.29333/ejmste/14450>

Rodríguez-Nieto, C. A., Font, V., Borji, V., & Rodríguez-Vásquez, F. M. (2022). Mathematical connections from a networking theory between extended theory of mathematical connections and onto-semiotic approach. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53(9), 2364-2390. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1875071>

∞

#### Vicenç Font

Universitat de Barcelona (España)

[vfont@ub.edu](mailto:vfont@ub.edu) | <https://orcid.org/0000-0003-1405-0458>

#### Camilo Andrés Rodríguez-Nieto

Universidad de la Costa (Colombia)

[crodrigu79@cuc.edu.co](mailto:crodrigu79@cuc.edu.co) | <http://orcid.org/0000-0001-9922-4079>