

## Dificultad de los problemas aritméticos verbales de los libros de texto singapurenses y españoles

*Difficulty level of arithmetic word problems in Singaporean and Spanish textbooks*

Santiago Vicente @ <sup>1</sup>, Lieven Verschaffel @ <sup>2</sup>, Marta Ramos @ <sup>1</sup>

<sup>1</sup> Universidad de Salamanca (España)

<sup>2</sup> Katholieke Universiteit Leuven (Bélgica)

**Resumen** ∞ De acuerdo con TIMSS 2019 (INEE, 2020), los alumnos singapurenses son capaces de resolver problemas verbales más difíciles que los alumnos españoles. Puesto que en ambos países los libros de texto son el recurso principal que utiliza la mayoría de los profesores para enseñar a sus alumnos a resolver problemas, es posible que existan algunas diferencias en relación con la dificultad semántico-matemática de los problemas aritméticos verbales que presentan los libros de texto de Singapur y España. Por este motivo, se realizó una comparación cuantitativa del nivel de dificultad semántico-matemática de los problemas de los libros de la editorial española Santillana y de la principal editorial singapurenses (Marshall Cavendish). Los libros de Singapur contenían problemas más difíciles que los españoles, si bien en todos los libros la gran mayoría de los problemas eran fáciles. Las diferencias encontradas podrían ser el reflejo de algunas diferencias en los currículos de Singapur y España.

**Palabras clave** ∞ Problemas verbales; Aritmética; Libros de texto; Dificultad de las tareas; Educación Primaria

**Abstract** ∞ According to TIMSS-2019 (INEE, 2020), Singaporean students are able to solve more difficult word problems than Spanish students. Since in both countries textbooks are the main resource used by most teachers to teach their students to solve problems, it is possible that there are some differences in the semantic-mathematical difficulty of arithmetic word problems presented in Singaporean and Spanish textbooks. For this reason, a quantitative comparison of the level of semantic-mathematical difficulty of the problems in books from the Spanish publisher Santillana and the leading Singaporean publisher (Marshall Cavendish) was carried out. The Singaporean books contained more difficult problems than the Spanish ones, although in all books most of the problems were easy. The differences found could reflect some differences in the curricula of Singapore and Spain.

**Keywords** ∞ Word problems (mathematics); Arithmetic; Textbook content; Task difficulty; Primary Education

Vicente, S., Verschaffel, L. & Ramos, M. (2022). Dificultad de los problemas aritméticos verbales de los libros de texto singapurenses y españoles. *AIEM - Avances de investigación en educación matemática*, 22, 137-156. <https://doi.org/10.35763/aiem22.4412>

## 1. INTRODUCCIÓN

Un elemento fundamental de la competencia matemática es la resolución de problemas, entendida como la habilidad de resolver una variedad amplia de situaciones en las que es necesario tener conocimientos matemáticos, aplicarlos y realizar razonamientos de diferentes tipos y niveles de dificultad (Lindquist et al., 2017). Los resultados de las evaluaciones internacionales de rendimiento de los alumnos podrían indicar el éxito que están teniendo diferentes países al desarrollar en sus alumnos la habilidad para resolver problemas. Según el Trends in Mathematics and Science Study (TIMSS), solo aquellos alumnos con un nivel de competencia alto o avanzado podrían resolver una variedad amplia de problemas. En Singapur, en la última evaluación de TIMSS 2019 (INEE, 2020) el 84 % de los alumnos de 4.º de Primaria alcanzaron un nivel de competencia alto y un 55 %, un nivel avanzado. En cambio, en España solo un 27 % y un 4 % de los alumnos alcanzaron un nivel de competencia alto y avanzado, respectivamente (Mullis et al., 2020).

Las causas de estas diferencias parecen estar, fundamentalmente, en determinadas variables socio-culturales, políticas y económicas. Una de ellas, definida en TIMSS, es el Índice Social, Económico y Cultural —ver INEE, 2020—, que incluye aspectos como la disponibilidad de recursos para el aprendizaje y de libros en el hogar o el nivel educativo y ocupacional de los progenitores. Otros autores (Rao et al., 2010) subrayan la implicación de las familias en la educación escolar, la importancia de la educación para la sociedad, el presupuesto del gobierno dedicado a la educación y la formación del profesorado.

Además de estos elementos macrocontextuales, determinados elementos microcontextuales de los sistemas educativos, como los libros de texto, podrían influir también en esas diferencias, ya que los maestros utilizan esos libros de manera muy frecuente en sus clases (Hansen, 2018). Asimismo, los contenidos y tareas que contienen influyen en el aprendizaje de los alumnos (Schmidt et al., 2001; Törnroos, 2005). En este sentido, los Problemas Aritméticos Verbales se consideran una tarea imprescindible para el aprendizaje de la resolución de problemas (Van Dooren et al., 2006).

Considerando lo anterior, con el presente trabajo se pretende comprobar si los libros de Singapur proporcionan mejores oportunidades que los españoles para aprender a resolver problemas, presentando problemas aritméticos verbales de una mayor variedad en relación con su nivel de dificultad.

## 2. MARCO TEÓRICO Y ANTECEDENTES

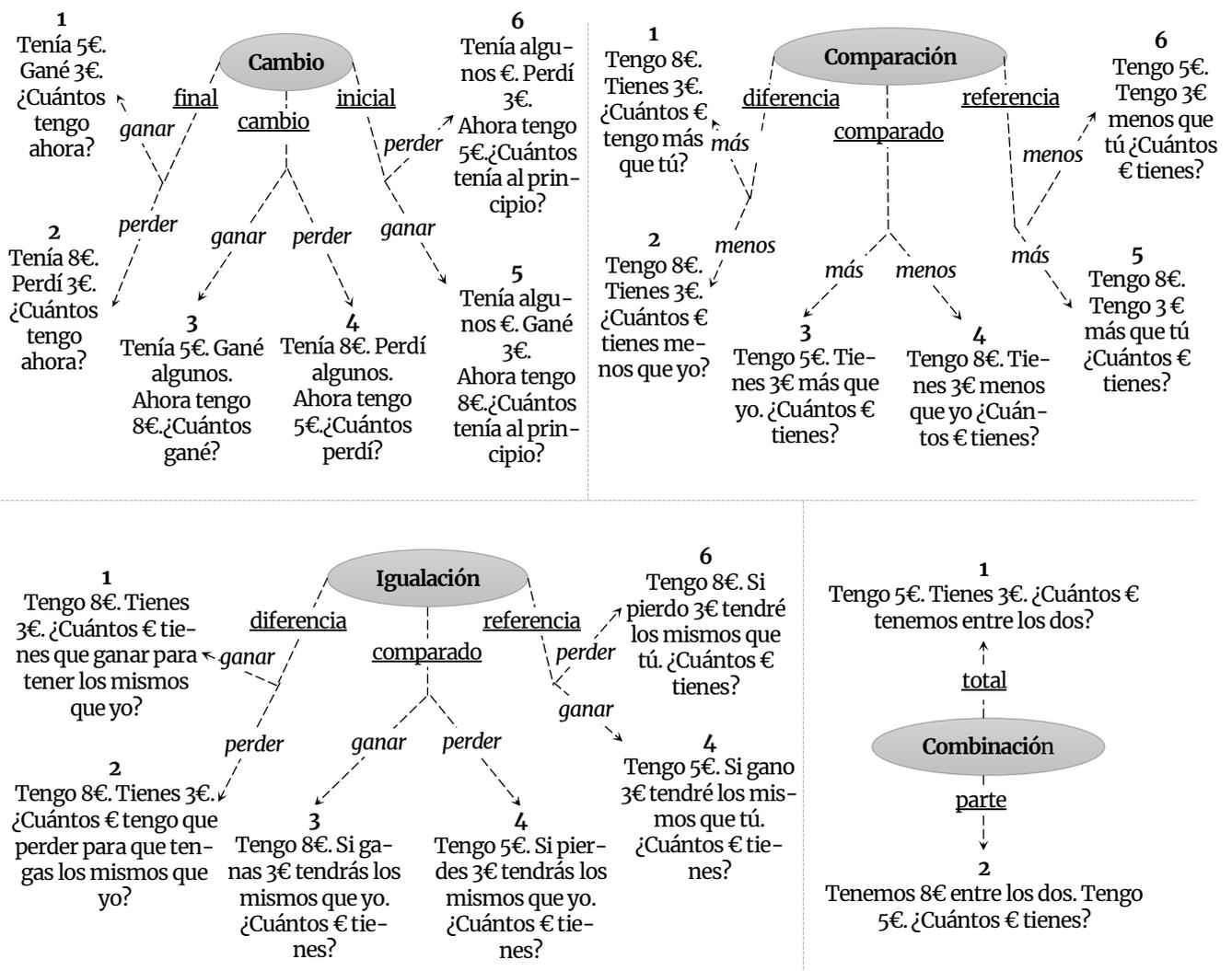
### 2.1. Qué son los Problemas Aritméticos Verbales

Los Problemas Aritméticos Verbales (en adelante, PAV) se definen como descripciones verbales de situaciones problemáticas que dan lugar a una o varias preguntas cuyas respuestas pueden obtenerse aplicando operaciones aritméticas a los datos numéricos del problema (Verschaffel et al., 2020). Los PAV son herramientas privilegiadas para que los alumnos desarrollen la habilidad y la tendencia a aplicar

las matemáticas para resolver problemas en el mundo real (Van Dooren et al., 2006).

Existen diferentes tipos de PAV, cuya resolución entraña diferentes niveles de dificultad. Esta dificultad puede definirse según criterios lingüísticos (estructura, vocabulario, semántica), matemáticos (propiedades de los números, operación aritmética, estrategias de resolución), sociales o pedagógicos (Daroczy et al., 2015). De todos ellos, la estructura semántico-matemática del PAV (Carpenter y Moser, 1984; Greer, 1992; Heller y Greeno, 1978; Vergnaud, 1991), junto con la posición del conjunto desconocido en esa estructura (Bermejo, 2012; Haylock y Cockburn, 2004) son dos de los factores que, en mayor medida, determinan el nivel de dificultad de un PAV. La combinación de esos dos factores permite establecer diferentes tipos de PAV.

Figura 1. Subtipos de problemas de estructura aditiva



Fuente: Carpenter y Moser, 1984; Heller y Greeno, 1978

Nota: las palabras subrayadas indican el conjunto desconocido; en cursiva, el término aditivo/sustractivo en que está formulado.

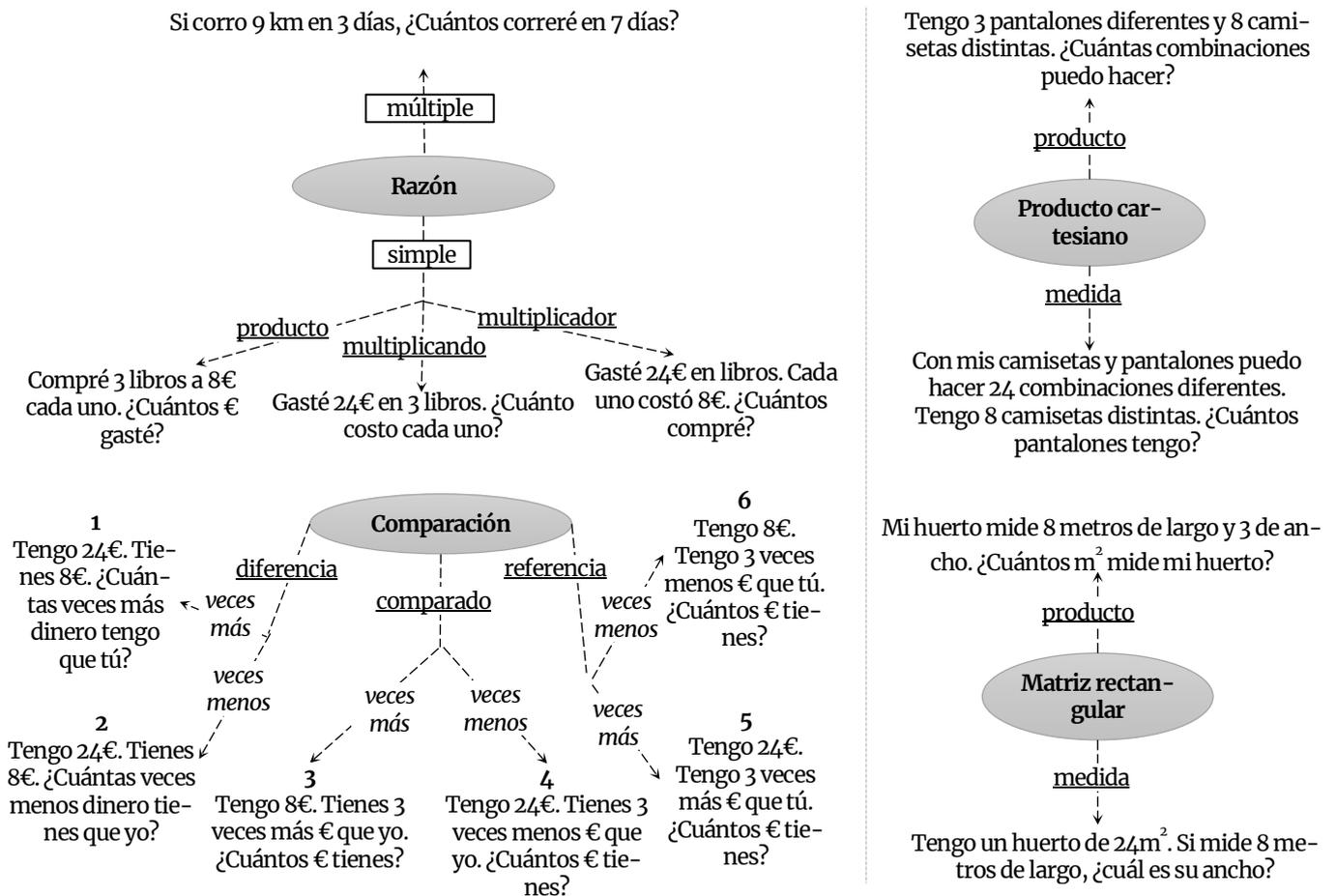
Los PAV de estructura aditiva (aquellos que se resuelven con una suma o una resta) pueden categorizarse como problemas de cambio, comparación, combinación e igualación (Carpenter y Moser, 1984; Heller y Greeno, 1978). En función del conjunto desconocido y de las relaciones (aditivas o sustractivas) existentes entre los conjuntos del PAV pueden establecerse las siguientes subcategorías (ver Figura 1).

No todos estos problemas presentan el mismo nivel de dificultad, entendiéndose por dificultad el grado de razonamiento que requiere su resolución y la necesidad de generar un modelo mental del problema para resolverlo (Riley y Greeno, 1988; Verschaffel et al., 2000). Los más fáciles podrían resolverse sin apenas razonamiento y sin crear un modelo mental del problema. Por ejemplo, el PAV de cambio 2 de la Figura 1 puede resolverse utilizando la “estrategia de la palabra clave” (Lewis y Mayer, 1987), tomando los datos proporcionados por el texto del problema (“8” y “3”), y la palabra “perdí” para restar 3 de 8, sin comprender su estructura matemática. También puede modelarse directamente, ejecutando la acción del problema con los datos (quitar los 3 que perdí de los 8 que tenía). Otros problemas semántico-matemáticamente más difíciles sólo pueden resolverse comprendiendo las relaciones entre las cantidades para generar un modelo mental del problema completo. Por ejemplo, el PAV de cambio 3 de la Figura 1 puede resolverse generando un modelo mental con tres conjuntos: una cantidad inicial conocida (5), una cantidad final conocida (8) y una ganancia desconocida, que puede averiguarse ejecutando una acción que solo puede ejecutarse después de generar el modelo mental (p. e., contando desde 5 hasta 8). Finalmente, los PAV más difíciles (como el de cambio 6 de la Figura 1) deben resolverse generando un modelo mental en el que la cantidad inicial desconocida es el total formado por dos partes: los juguetes que perdió y los que le quedaron al final. Puesto que la cantidad desconocida es el total —y, por lo tanto, la cantidad mayor—, el problema se resuelve sumando. Además, los problemas de cambio 3 y 6 son problemas inconsistentes (Lewis y Mayer, 1987), es decir, la palabra clave del problema (p. e., “perder”) es inconsistente con la operación aritmética que resuelve el problema (una suma), de modo que son más difíciles de resolver que los problemas consistentes, en los que palabra clave y operación coinciden, como en el primer ejemplo (cambio 2). En este sentido, no todos los problemas inconsistentes implican el mismo nivel de dificultad, como se acaba de describir.

Respecto a los PAV de estructura multiplicativa, se han descrito cuatro tipos (Greer, 1992; Vergnaud, 1991): razón (o grupos iguales), comparación multiplicativa (o escalares), producto cartesiano y matriz rectangular (ver Figura 2).

Al igual que en los problemas de estructura aditiva, en los problemas multiplicativos algunas de las estructuras pueden resolverse con un nivel de razonamiento muy inferior a otras (Vergnaud, 1991).

Figura 2. Tipos de PAV de estructura multiplicativa



Fuente: Greer, 1992 y Vergnaud, 1991.

Nota: las palabras subrayadas indican el conjunto desconocido; en cursiva, el término en que está formulado.

Considerando la variedad de problemas aditivos y multiplicativos descrita, para que los alumnos aprendan a resolver cualquier tipo de PAV necesitan enfrentarse a la mayor variedad posible de problemas (Marton, 2015). Esto les permitiría aprender a resolver, mediante procedimientos aritméticos, problemas verbales de otros tipos, como determinados problemas de álgebra y ratio (Ng et al., 2006). Si bien los problemas de álgebra implican razonamientos sobre cantidades cuyo valor se desconoce (ver Moseley y Brenner, 2009), en ocasiones su estructura semántico-matemática se asemeja a la de determinados PAV. Por ejemplo, en el problema de estructura algebraica: “Juan y Ana tienen 75€ entre los dos; Ana tiene el doble que Juan ¿Cuánto dinero tiene Juan?”, se plantea una comparación multiplicativa y la combinación de dos cantidades. Sin embargo, la ubicación de la incógnita impide categorizarlo en ninguna de las categorías de PAV descritas en las Figuras 1 y 2. De manera similar, a determinados problemas de ratio (aquellos que implican proporciones entre dos o más cantidades en términos a:b:c, en los que a, b y c pueden ser números enteros o fracciones (ver Musa y Malone, 2012), subyacen relaciones multiplicativas de razón múltiple, aunque su estructura semántica impida categorizarlos como tales. Un ejemplo de problema sencillo de ratio sería el siguiente: “Se

mezclan café y leche con una ratio de 3:8. El volumen de café de la mezcla es de 250 ml. ¿Cuál es el volumen de leche?”.

## 2.2. Libros de texto y resolución de problemas

Los libros de texto ejercen una gran influencia en la práctica educativa y el aprendizaje de los alumnos, ya que los maestros de la mayoría de los países del mundo los utilizan de manera muy frecuente (Cai y Jiang, 2017; Hansen, 2018; Knight, 2015; López et al., 2015). Además, incluyen una parte tan importante del currículum escolar que determinan en gran medida lo que se enseña en el aula (Oates, 2014).

En relación con las matemáticas, existen evidencias de que el diseño de los libros influye en el aprendizaje de los alumnos: estos son más competentes en aquellos contenidos a los que los libros dedican más espacio (Schmidt et al., 2001), más ejercicios y más problemas (Törnroos, 2005); aprenden mejor los principios aritméticos que aparecen con más frecuencia (Sievert et al., 2021), y utilizan más frecuentemente las estrategias de resolución de problemas aritméticos con mayor presencia en los libros (Sievert et al., 2019). En cambio, son menos competentes resolviendo problemas de fracciones y decimales que, siendo matemáticamente sencillos, apenas aparecen en los libros (Siegler y Oppenzato, 2021).

Con respecto a la resolución de PAV, los libros de texto de los países con mejores puntuaciones en evaluaciones internacionales (Japón, China o Singapur) han mostrado un diseño más adecuado que los de otros. Por ejemplo, muestran una distribución más diversificada de PAV aditivos y multiplicativos que los libros de Estados Unidos (Schoenfeld, 1991; Xin, 2007), Turquía (Tarim, 2017) y España (Orrantia et al., 2005; Tárraga et al., 2021; Vicente et al., 2018, 2022). Asimismo, los libros de Singapur contienen más problemas desafiantes que los holandeses (Van Zanten y Van den Heuvel-Panhuizen, 2018), más problemas próximos a la vida real de los alumnos, más representaciones esquemáticas de su estructura matemática, y modelos de resolución más completos que los libros españoles (Vicente et al., 2020, 2021).

## 3. EL PRESENTE ESTUDIO

Se pretende comprobar si los libros de matemáticas de Primaria publicados por la principal editorial de Singapur incluyen PAV de mayor dificultad semántico-matemática que la editorial más utilizada en España. De este objetivo general se desprenden tres objetivos específicos: determinar si la distribución de los PAV incluidos en los libros españoles es diferente a los singapurenses en relación con el porcentaje de PAV:

1. de estructuras aditivas, multiplicativas y mixtas.
2. de estructura única y dificultad media o alta, tanto aditivos como multiplicativos.
3. aditivos, multiplicativos y mixtos que combinen varias estructuras e incluyan, al menos, una estructura de dificultad media o alta.

## 4. MÉTODO

### 4.1. Muestra

Se analizaron todos los PAV incluidos en los libros y cuadernillos complementarios de 1.º a 6.º de Primaria de la editorial singapurense Marshall Cavendish (MC, 2015) y de la editorial española Santillana (2010). La muestra de libros fue la misma que la analizada por Vicente et al. (2020, 2021, 2022), lo cual permitirá ampliar la descripción de esos libros. Aunque las ediciones son relativamente antiguas, cabe destacar, primero, que Tárraga et al. (2021) no apreciaron diferencias importantes entre los problemas de los libros españoles publicados en 2010 y los de ediciones posteriores; y, segundo, que los libros de MC suponen la concreción de un currículo aún vigente. Los libros de MC se utilizaron en más del 85 % de las escuelas de Singapur (Clark, 2013) y los libros de Santillana se han utilizado en el 43 % de las escuelas españolas (Vicente et al., 2018). A pesar de no disponer de datos concretos del uso de esos libros por parte de los maestros, de acuerdo con los datos de TIMSS 2019 (INEE, 2020), del total de profesores que usan el libro en sus clases, el 78 % de los españoles y el 75 % de los singapurenses los utilizan como recurso principal, y el resto como recurso complementario (Mullis et al., 2008, 2012).

Se analizaron aquellos PAV que pudieran resolverse aplicando, al menos, una de las cuatro operaciones aritméticas básicas, y cuya estructura semántico-matemática coincidiera con alguna de las descritas en la literatura. Se analizaron 4679 PAV (2 349 en los libros de MC y 2 330 en los de Santillana).

### 4.2. Procedimiento. Categorías de análisis de la estructura semántico-matemática

Se utilizó una clasificación para los PAV de estructura aditiva y otra para los de estructura multiplicativa. Los PAV de dos o más estructuras se descompusieron en estructuras individuales para su categorización.

Los PAV de estructura aditiva se clasificaron como problemas de cambio, comparación, combinación e igualación, estableciéndose 20 subcategorías diferentes en función del conjunto desconocido y de las relaciones (aditivas o sustractivas) existentes entre los conjuntos implicados (véase Figura 1). Cada subcategoría se clasificó según su nivel de dificultad, siguiendo el modelo de estrategias de resolución propuesto por Riley y Greeno (1988). El primer nivel —*problemas fáciles*— incluía aquellos PAV cuya solución no requería la creación de un modelo mental (problemas de cambio 1 y 2, comparación 1 y 2, igualación 1 y 2, combinación 1). El segundo nivel —*dificultad media*— incluía los PAV cuya resolución requería que los alumnos generaran un modelo mental del problema antes de ejecutar las acciones necesarias para resolverlo (problemas de cambio 3 y 4, comparación 3 y 4, igualación 5 y 6). Los problemas de combinación 2 fueron también considerados de dificultad media (ver Riley y Greeno, 1988). Finalmente, el tercer nivel —*problemas difíciles*— incluye aquellos PAV que requieren la aplicación de conocimientos conceptuales (p. e.: parte-todo) para transformar el modelo mental inicial que el alumno

debe crear del problema (problemas de cambio 5 y 6, comparación 5 y 6, igualación 3 y 4).

Para categorizar los problemas de estructura multiplicativa se consideraron cuatro tipos (Greer, 1992; Vergnaud, 1991): razón (o grupos iguales), comparación multiplicativa (o escalares), producto cartesiano y matriz rectangular (ver Figura 2). Se consideraron *problemas fáciles* los PAV de razón simple —los más próximos a los problemas de estructura aditiva—. Se consideraron de *dificultad media* los PAV de: a) razón múltiple, ya que la razón no es tan evidente como en los problemas de razón simple (Vergnaud, 1991); y b) de comparación multiplicativa, siempre que fueran consistentes —cuando la expresión “veces más” o “veces menos” coincidiera con la operación a realizar (una multiplicación y una división, respectivamente)—. Los PAV de comparación multiplicativa son más difíciles de resolver que los problemas de razón (Xin, 2007). Por último, se consideraron *difíciles* tanto los PAV de comparación multiplicativa inconsistentes como los de matriz rectangular y producto cartesiano (Vergnaud, 1991).

### 4.3. Codificación de datos

Las estructuras aditivas y multiplicativas se analizaron por separado ya que, si bien las segundas son intrínsecamente más difíciles que las primeras (Verschaffel et al., 2007), algunas estructuras aditivas son más difíciles que las estructuras multiplicativas más fáciles, por lo que un análisis diferenciado permite una interpretación más rigurosa de los resultados. Cada PAV de estructura única se clasificó como aditivo o multiplicativo y se asignó a una de las subcategorías presentadas en las Figuras 1 y 2. En los PAV que contenían dos, tres y cuatro o más estructuras se analizaron por separado los problemas que combinaban: a) sólo estructuras aditivas; b) sólo estructuras multiplicativas; y c) ambas estructuras.

Para determinar el nivel de dificultad semántico-matemática de los problemas, a cada problema de una sola estructura se le asignó un nivel de dificultad de acuerdo con los criterios anteriormente descritos. En los problemas solo aditivos y solo multiplicativos de dos, tres y cuatro o más estructuras, el nivel de dificultad se estableció combinando los niveles de dificultad asociados a cada estructura semántico-matemática individual del problema (p. e., aditivo fácil-fácil; multiplicativo medio-difícil). Así, los problemas se consideraron más difíciles cuantas menos estructuras fáciles agruparan. Finalmente, en los problemas mixtos, que incluyeron estructuras aditivas y multiplicativas, los niveles de dificultad se consideraron de manera diferenciada (por ejemplo, aditivo-fácil/multiplicativo-medio), considerándose problemas más difíciles aquellos que agruparan menos estructuras aditivas fáciles y más estructuras aditivas, y —especialmente— multiplicativas de dificultad media y alta. Para simplificar el análisis de los problemas no se tuvo en cuenta el orden de las estructuras dentro del problema.

Se calculó, en los problemas aditivos y los multiplicativos de una sola estructura, el porcentaje del total de la muestra que representaba cada nivel de dificultad (fácil, medio o difícil). En los problemas de dos, tres y cuatro o más estructuras se

calculó el porcentaje de cada combinación de niveles de dificultad en los problemas solo aditivos, solo multiplicativos y mixtos.

Para ilustrar esta categorización tomemos el siguiente ejemplo: “Alejandro tiene en la hucha 3 billetes de 20 € y 7 € sueltos. ¿Cuántos euros tiene Alejandro en la hucha?” (Santillana, 3.º, p. 94). En este problema se identificaron dos estructuras: una de multiplicación-razón y otra de combinación 1, de modo que se categorizó como un problema mixto de 2 operaciones de dificultad multiplicativa fácil-aditiva fácil.

#### 4.4. Análisis de datos

Se utilizó el estadístico Chi cuadrado, mediante tablas planificadas, para comparar las distribuciones globales de los problemas de cada editorial según su nivel de dificultad, y la prueba exacta de Fisher cuando la distribución de frecuencias no permitió calcular Chi cuadrado. Para comprobar el efecto de las diferencias se utilizó el estadístico V de Cramer, considerándose pequeño el efecto cuando el estadístico era inferior a .3, mediano si se situaba entre .3 y .49, y grande si era igual o mayor que .5 (Cohen, 1988). Para comparar las diferencias entre las dos editoriales en tipos de problemas de un nivel de dificultad determinado, se realizaron pruebas de z con un nivel de significación de .05, utilizando comparaciones por pares de proporciones de columnas. Para simplificar la presentación de los resultados, sólo se mencionan las diferencias estadísticamente significativas.

#### 4.5. Hipótesis

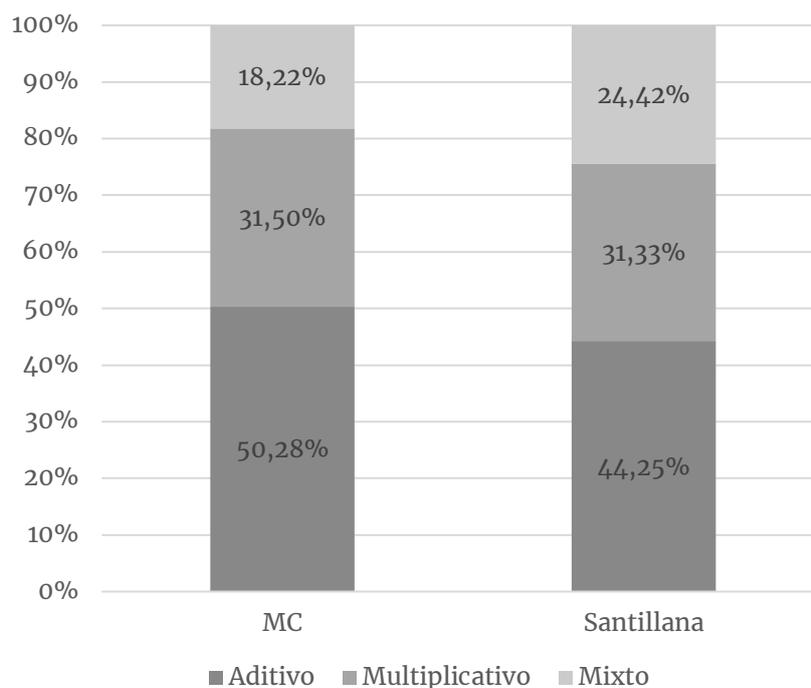
Nuestra hipótesis general es que los libros de Singapur incluirán problemas más difíciles que los españoles. Esta hipótesis general puede concretarse en tres hipótesis diferenciadas:

- a) los libros de Singapur contendrán más PAV de estructura multiplicativa y mixta.
- b) los libros de Singapur contendrán más PAV de una sola estructura de dificultad media y alta, tanto aditivos como multiplicativos.
- c) en los PAV de los libros de Singapur que combinan varias estructuras, algunas de ellas serán de dificultad media o alta en mayor medida que los españoles.

### 5. RESULTADOS

#### 5.1. Estructuras aditiva, multiplicativa y mixta

Se encontraron diferencias entre los libros de Singapur y España,  $\chi^2(2, n = 4679) = 30.10, p < .001$ , siendo pequeño el efecto de la diferencia (.08). Los libros de MC contenían más problemas aditivos, y los de Santillana más problemas mixtos (ver Figura 3). Estos resultados no confirman nuestra primera hipótesis.

**Figura 3.** Distribución PAV aditivos, multiplicativos y mixtos por editorial

### 5.2. Problemas de una estructura aditiva

Se encontraron diferencias entre las dos editoriales,  $\chi^2(2, n= 1735) = 64.73, p <.001$ , con un efecto pequeño (.19). MC incluyó menos problemas fáciles (61.4 % frente a 74.2 %) y más problemas difíciles (8.5 % frente a 0.9 %), confirmando nuestra segunda hipótesis en relación con los problemas aditivos de una sola estructura. Cabe destacar que en los libros de las dos editoriales más de la mitad de los problemas eran fáciles.

### 5.3. Problemas de una estructura multiplicativa

Se encontraron diferencias entre las dos editoriales,  $\chi^2(2, n= 1284) = 9.54, p <.01$ , siendo pequeño el efecto de esas diferencias (.09). En línea con nuestra segunda hipótesis, los libros de MC contenían menos estructuras fáciles (76.4 %) y más estructuras de dificultad media (19 %) que los libros españoles (83.3 % y 13.3 %, respectivamente). De nuevo, los libros de ambas editoriales incluyeron mayoritariamente estructuras fáciles.

### 5.4. Problemas de varias estructuras aditivas

Se encontraron diferencias en los problemas de dos estructuras,  $\chi^2(5, n= 427) = 59.04, p <.001$ , con un efecto mediano (.37). La prueba exacta de Fisher mostró diferencias entre los problemas de tres estructuras de ambas editoriales ( $p <.05$ ) con un tamaño del efecto mediano (.48), pero no en los de cuatro o más, probablemente debido a la escasa muestra de este tipo de problemas. En los problemas de dos estructuras, las combinaciones más frecuentes en los libros de ambas editoriales

fueron fácil-fácil y fácil-medio, aunque MC contenía más problemas con estructuras fácil-medio, fácil-difícil y medio-medio, y Santillana más problemas con estructuras fácil-fácil (ver Tabla 1). En los problemas de tres estructuras, MC incluyó más problemas que combinaban una estructura fácil y dos de dificultad media, y Santillana incluyó más problemas de tres estructuras fáciles. Estos resultados confirman la tercera hipótesis.

Tabla 1. Porcentaje de problemas sólo aditivos, de dos, de tres y de cuatro o más estructuras, de cada nivel de dificultad, por editorial

| Estructuras | MC      |     | Santillana |     |       |
|-------------|---------|-----|------------|-----|-------|
|             | N       | %   | N          | %   |       |
| 2           | ff      | 61  | 27.2       | 121 | 59.6* |
|             | fm      | 112 | 50*        | 74  | 36.5  |
|             | fd      | 27  | 12.1*      | 2   | 1     |
|             | mm      | 15  | 6.7*       | 4   | 2     |
|             | md      | 5   | 2.2        | 1   | 0.5   |
|             | dd      | 4   | 1.8        | 1   | 0.5   |
|             | Total   | 224 |            | 203 |       |
| 3           | fff     | 5   | 35.7       | 17  | 70.8* |
|             | ffm     | 3   | 21.4       | 3   | 12.5  |
|             | fmm     | 5   | 35.7*      | 2   | 8.3   |
|             | fmd     | 1   | 7.1        | 0   | 0     |
|             | mmm     | 0   | 0          | 2   | 8.3   |
|             | Total   | 14  |            | 24  |       |
| 4 o más     | ffff    | 3   | 60         | 3   | 42.9  |
|             | ffdd    | 0   | 0          | 1   | 14.3  |
|             | fmmm    | 1   | 20         | 0   | 0     |
|             | mddd    | 0   | 0          | 1   | 14.3  |
|             | fffff   | 0   | 0          | 1   | 14.3  |
|             | ffffff  | 0   | 0          | 1   | 14.3  |
|             | fffffff | 1   | 20         | 0   | 0     |
| Total       | 5       |     | 7          |     |       |

Nota: f= fácil; m= dificultad media; d= difícil

### 5.5. Problemas de varias estructuras multiplicativas

Se encontraron diferencias entre las dos editoriales en los problemas de dos estructuras,  $\chi^2(5, n=138) = 28.95, p < .01$ , con un efecto mediano (.45). La prueba exacta de Fisher mostró diferencias entre los PAV de tres estructuras de ambas editoriales ( $p < .05$ ), con un efecto alto (.54), pero no en los de cuatro o más (de nuevo, la muestra de este tipo de problemas fue muy escasa). En los PAV de dos estructuras, la combinación más frecuente en los libros de ambas editoriales fue fácil-fácil, si bien MC incluyó más PAV de estructura fácil-media y media-media, y Santillana más PAV que combinaban dos estructuras fáciles. En los PAV de tres estructuras, los más

frecuentes en los libros de ambos países eran los que combinaban tres estructuras fáciles, aunque MC incluyó menos problemas de ese tipo que Santillana (ver Tabla 2). Estos resultados confirman nuestra tercera hipótesis.

**Tabla 2.** Porcentaje los problemas sólo multiplicativos, de dos, tres y de cuatro o más estructuras, de cada nivel de dificultad, por editorial

| Estructuras | MC     |    | Santillana |    |       |
|-------------|--------|----|------------|----|-------|
|             | N      | %  | N          | %  |       |
| 2           | FF     | 33 | 58.9       | 67 | 81.7* |
|             | FM     | 8  | 14.3*      | 1  | 1.2   |
|             | FD     | 3  | 5.4        | 13 | 15.9  |
|             | MM     | 6  | 10.7*      | 1  | 1.2   |
|             | MD     | 3  | 5.4        | 0  | 0     |
|             | DD     | 3  | 5.4        | 0  | 0     |
|             | Total  | 56 |            | 82 |       |
| 3           | FFF    | 4  | 44.4       | 20 | 80*   |
|             | FFD    | 0  | 0          | 1  | 4     |
|             | FMD    | 2  | 22.2       | 0  | 0     |
|             | FDD    | 1  | 11.1       | 2  | 8     |
|             | MMM    | 2  | 22.2       | 1  | 4     |
|             | DDD    | 0  | 0          | 1  | 4     |
|             | Total  | 11 |            | 22 |       |
| 4 o más     | FFFF   | 1  | 50         | 5  | 41.7  |
|             | FFDD   | 0  | 0          | 1  | 8.3   |
|             | MMMM   | 0  | 0          | 3  | 25    |
|             | FFFFF  | 0  | 0          | 2  | 16.7  |
|             | FFFDD  | 1  | 50         | 0  | 0     |
|             | FFFFFF | 0  | 0          | 1  | 8.3   |
|             | Total  | 2  |            | 12 |       |

Nota: F= fácil; M= dificultad media; D= difícil

### 5.6. Problemas de varias estructuras aditivas y multiplicativas

Se encontraron diferencias entre los libros de ambas editoriales en problemas de dos estructuras,  $\chi^2(7, n= 543) = 76.33, p < .001$ , con un tamaño de efecto mediano (.38). La prueba exacta de Fisher mostró diferencias en los problemas de tres estructuras ( $p < .001$ ), y de cuatro o más ( $p < .001$ ), con tamaños de los efectos grandes (.50 y .76). En los problemas de dos estructuras las combinaciones más frecuentes fueron similares en los dos libros (aditivo fácil/multiplicativo fácil, seguido de problemas aditivo medio/multiplicativo fácil), si bien MC incluyó más problemas de estructuras aditiva fácil/multiplicativa media, aditiva media/multiplicativa media y aditiva difícil/multiplicativa fácil, y menos problemas aditivo fácil/multiplicativo fácil. En los PAV de tres estructuras, la combinación más frecuente en ambas editoriales fue la de una estructura aditiva fácil y dos estructuras multiplicativas fáciles; no obstante, los libros de MC incluyeron más problemas que combinaban una

estructura aditiva fácil con una aditiva media y una multiplicativa media, mientras que los de Santillana incluyeron más problemas que combinaban dos estructuras aditivas fáciles con una multiplicativa fácil, y problemas con una estructura aditiva fácil y dos estructuras multiplicativas fáciles.

Por último, en cuanto a los problemas de cuatro estructuras o más, los libros españoles incluían estructuras más fáciles que las de Singapur, en este caso, combinando una estructura aditiva fácil y tres estructuras multiplicativas fáciles. Estos resultados se muestran en la Tabla 3. Los resultados confirmaron la tercera hipótesis para los problemas mixtos de varias estructuras.

**Tabla 3.** Porcentaje de cada nivel de dificultad de los problemas aditivos y multiplicativos de dos y de tres estructuras, por editorial

| Estructuras | MC  |       | Santillana |       |
|-------------|-----|-------|------------|-------|
|             | N   |       | N          |       |
| fF          | 92  | 45.8  | 252        | 73.7* |
| fM          | 31  | 15.4* | 18         | 5.3   |
| fD          | 4   | 2     | 2          | 0.6   |
| mF          | 38  | 18.9  | 61         | 17.8  |
| 2 mM        | 24  | 11.9* | 3          | 0.9   |
| mD          | 4   | 2     | 3          | 0.9   |
| dF          | 8   | 4*    | 1          | 0.3   |
| dD          | 0   | 0     | 2          | 0.6   |
| Total       | 201 |       | 342        |       |
| fff         | 11  | 7     | 22         | 14.8* |
| ffM         | 4   | 2.5   | 0          | 0     |
| fmF         | 22  | 14    | 12         | 8.1   |
| fmM         | 14  | 8.9*  | 2          | 1.3   |
| fmD         | 2   | 1.3   | 0          | 0     |
| fFF         | 38  | 24.2  | 83         | 55.7* |
| fFM         | 0   | 0     | 2          | 1.3   |
| fMM         | 9   | 5.7   | 4          | 2.7   |
| fdD         | 1   | 0.6   | 0          | 0     |
| 3 fDD       | 0   | 0     | 1          | 0.7   |
| mmF         | 1   | 0.6   | 3          | 2     |
| mmM         | 6   | 3.8   | 1          | 0.7   |
| mdF         | 1   | 0.6   | 0          | 0     |
| mFF         | 24  | 15.3  | 16         | 10.7  |
| mMF         | 3   | 1.9   | 0          | 0     |
| mMM         | 1   | 0.6   | 0          | 0     |
| mDF         | 2   | 1.3   | 0          | 0     |
| mDD         | 0   | 0     | 3          | 2     |
| fdF         | 3   | 1.9   | 0          | 0     |
| fFM         | 2   | 1.3   | 0          | 0     |

| Estructuras | MC  |     | Santillana |   |
|-------------|-----|-----|------------|---|
|             | N   |     | N          |   |
| fMF         | 6   | 3.8 | 0          | 0 |
| mMM         | 1   | 0.6 | 0          | 0 |
| fMD         | 1   | 0.6 | 0          | 0 |
| fDD         | 1   | 0.6 | 0          | 0 |
| mDD         | 4   | 2.5 | 0          | 0 |
| Total       | 157 |     | 149        |   |

Nota: f= aditivo fácil; m= aditivo medio; d= aditivo difícil; F= multiplicativo fácil; M= multiplicativo medio; D= multiplicativo difícil. Los resultados de los problemas de 4 estructuras no fueron incluidos en la tabla debido a la enorme variedad de estructuras existentes.

## 6. DISCUSIÓN

Los resultados de nuestro estudio indican que la variedad de problemas proporcionada por los libros de Singapur analizados no es muy diferente, en términos de dificultad semántico-matemática, a la de los españoles. Los libros de MC incluyeron una mayor proporción de estructuras de dificultad semántico-matemática media o alta en los problemas solo aditivos y solo multiplicativos de una, dos y tres estructuras; sin embargo, no contenían más problemas multiplicativos o mixtos —en general, más difíciles que los aditivos— que los libros españoles y, al igual que éstos, la gran mayoría de los PAV eran fáciles, o combinaban varias estructuras fáciles aditivas y/o multiplicativas. De hecho, alrededor de dos tercios de los PAV de una estructura de los libros de Singapur, tanto en el caso de problemas aditivos como multiplicativos, eran fáciles.

Un resultado que merece un análisis más minucioso es la mayor presencia en los libros de Singapur de estructuras multiplicativas de dificultad media, tanto en los problemas de una estructura como en los de varias. En este nivel de dificultad se incluían las estructuras de comparación multiplicativa y las de multiplicación-razón múltiple, que contribuyen al aprendizaje de la resolución de los problemas de álgebra y ratio, respectivamente. Cabe recordar que los libros de Singapur incluyen problemas verbales de álgebra y ratio (Musa y Malone, 2012; Yang y Sianturi, 2020), problemas que difícilmente pueden encontrarse en los españoles (no eran un contenido del currículo español en Primaria en el momento de la publicación del libro analizado). Tomemos como ejemplo el siguiente problema de álgebra: “El Sr. Gan y el Sr. Fong tienen 4536€ entre los dos. El Sr. Gan tiene el doble que el Sr. Fong. ¿Cuánto dinero tiene el Sr. Gan?” (MC, 4A, p. 76). La estructura semántico-matemática de este problema se asemeja a la de un PAV con una estructura multiplicativa de dificultad media (comparación-comparado desconocido “veces más”) y otra aditiva de dificultad baja (combinación 1), como el siguiente: “Noel tiene 196 lápices. Luis tiene 2 veces más lápices que Noel. ¿Cuántos lápices tienen entre los dos?” (MC, 3A, p. 149)”. Ambos problemas comparten una misma estructura matemática global; la única diferencia entre ellos es el lugar en el que se sitúan los datos y la incógnita.

Del mismo modo, en relación con los problemas de ratio, los libros de Singapur contienen muchos más problemas multiplicativos de razón múltiple que los españoles, estructura que puede servir a los alumnos para comprender los problemas más sencillos de ratio, como el siguiente: “Se mezclan sirope de fresa y agua con una ratio de 4:15. El volumen de agua de la mezcla es de 1305 ml. ¿Cuál es el volumen total de la mezcla?” (MC, 5 Cuaderno A, p. 152)”. A este problema subyace una estructura multiplicativa de razón múltiple —por cada 4 ml de jarabe se utilizan 15 ml de agua—. A su vez, resolver problemas como este contribuye a que los alumnos de Singapur aprendan a resolver problemas de ratio más difíciles como el siguiente: “La ratio entre el número de cabras de la granja X y el número de cabras de la granja Y era de 9:4. Después de transferir 35 cabras de la granja X a la granja Y, había el mismo número de cabras en cada granja. ¿Cuántas cabras había en cada granja al principio?” (MC, 6 cuadernillo A, p. 117).

En definitiva, de nuestro estudio se desprende que las diferencias entre los libros de Singapur y los españoles, en términos de dificultad semántico-matemática de los PAV, son significativas pero pequeñas, si bien algunas de ellas, especialmente las relacionadas con las estructuras multiplicativas de dificultad media, permiten comprender mejor algunos aspectos que diferencian los currículos de Singapur y España, como el aprendizaje de problemas más difíciles de álgebra y ratio. En cualquier caso, las diferencias entre los libros de ambos países parecen estar más relacionadas con otros aspectos de los PAV, como su proximidad con la vida cotidiana de los alumnos, los modelos de resolución y la presencia de representaciones gráficas de la estructura matemática de los problemas (Vicente et al., 2020, 2021, 2022).

## 7. IMPLICACIONES EDUCATIVAS

Si se consideraran los libros de Singapur como una referencia para la mejora de los libros españoles, sería necesario un incremento moderado del nivel de dificultad semántico-matemática de los PAV incluidos en los libros españoles, transformando algunos de los problemas existentes en problemas que se presentan con menor frecuencia en las versiones actuales de los libros. Este incremento de dificultad de los problemas debería ir acompañado de la introducción de ayudas para el fomento (o la mejora) del razonamiento de los alumnos (por ejemplo, representaciones esquemáticas de la estructura matemática de los problemas), tanto en los problemas como en los modelos de solución propuestos (Vicente et al., 2020). Asimismo, sería aconsejable que los maestros, de forma ocasional, y según el nivel de habilidad de sus alumnos, modificaran algunos de los problemas de los libros para incluir problemas más difíciles. Por ejemplo, el problema aditivo-fácil/multiplicativo fácil descrito en el método para ilustrar el procedimiento de análisis puede transformarse en un problema aditivo difícil/multiplicativo difícil: “Alejandro tenía algunos ahorros para comprarse un libro. Su madre le dio 15 € más, la mitad de lo que costaba el libro. Si le sobraron 8€ después de pagar el libro, ¿cuánto dinero tenía ahorrado Alejandro?”.

## 8. LIMITACIONES Y ESTUDIOS FUTUROS

En primer lugar, sería necesario realizar otros análisis sobre determinadas variables (p. e., estructura lingüística, propiedades de los números, estrategias de resolución, ver Daroczy et al., 2015) que, al igual que la estructura semántico-matemática, influyen en la dificultad de los PAV, o que interaccionan con esa estructura (p. e., un problema de comparación multiplicativa con una estructura lingüística de “tres veces más” puede ser más difícil que si se plantea en términos de “triple”, ver Martínez y Sánchez, 2013).

En segundo lugar, sería recomendable ampliar el análisis a los problemas de ratio y de álgebra, para confirmar que aparecen en los cursos superiores de los libros de Singapur analizados, y no en los españoles.

Por último, el modo en que los profesores enseñan a sus alumnos a resolver problemas es determinante para su aprendizaje, por lo que las conclusiones de este artículo deben complementarse con descripciones sobre cómo los profesores implementan las tareas de los libros en Singapur y en España.

## REFERENCIAS

- Bermejo, V. (2012). *Cómo enseñar matemáticas para aprender mejor*. CCS.
- Cai, J., & Jiang, C. (2017). An Analysis of Problem-Posing Tasks in Chinese and US Elementary Mathematics Textbooks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15, 1521–1540. <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9758-2>
- Carpenter, T.P., & Moser, J.M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts. En R. Lesh & M. Landau (Eds.), *The acquisition of mathematical concepts and processes* (pp. 7–44). Academic Press.
- Clark, A. (2013). *Singapore math: A visual approach to word problems*. Houghton Mifflin Harcourt. [http://www.hmhco.com/~media/sites/home/education/global/pdf/white-papers/mathematics/elementary/math-in-focus/mif\\_model\\_drawing\\_lr.pdf?la=en](http://www.hmhco.com/~media/sites/home/education/global/pdf/white-papers/mathematics/elementary/math-in-focus/mif_model_drawing_lr.pdf?la=en)
- Cohen, J. (1988). *Statistical power and analysis for the behavioral sciences*. Lawrence Erlbaum Associates, Inc. <https://doi.org/10.1002/bs.3830330104>
- Daroczy G., Wolska M., Meurers W.D., & Nuerk H.C (2015). Word problems: a review of linguistic and numerical factors contributing to their difficulty. *Frontiers in Psychology*, 6, 348. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.00348>
- Greer, B. (1992). Multiplication and division as models of situations. En D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 276–295). Macmillan.
- Hansen, T.I. (2018). Textbook Use. En E. Fuchs & A. Bock (Eds.), *The Palgrave Handbook of Textbook Studies* (pp. 369–398). Palgrave Macmillan.
- Haylock, D., & Cockburn, A. (2004). *Understanding mathematics in the lower primary years*. Paul Chapman Publishing.
- Heller, J., & Greeno, J. (1978). *Semantic processing in arithmetic word problem solving*. Comunicación presentada en la Midwestern Psychological Association Convention, Chicago.

- Instituto Nacional de Evaluación Educativa [INEE] (2020). *TIMSS 2019. Estudio internacional de tendencias en Matemáticas y Ciencias*. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Knight, B.A. (2015). Teachers use of textbooks in the digital age. *Cogent Education*, 2(1). <https://doi.org/10.1080/2331186X.2015.1015812>
- Lewis, A. B., & Mayer, R. E. (1987). Students' miscomprehension of relational statements in arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 79(4), 363–371. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.79.4.363>
- Lindquist, M., Philpot, R., Mullis, I., & Cotter, K.E. (2017). TIMSS 2019 Mathematics Framework. En I.V.S. Mullis & M.O. Martin (Eds.), *TIMSS 2019 Assessment Frameworks*. <http://timssandpirls.bc.edu/timss2019/frameworks/>
- López, E.M., Guerrero, A.C., Carrillo, J., & Contreras, L.C. (2015). La resolución de problemas en los libros de texto: Un instrumento para su análisis. *Avances en Investigación en Educación matemática*, 8, 73–94.
- Martínez, J., & Sánchez, C. (2013). *Resolución de problemas y Método ABN*. Wolters Kluwer Educación.
- Marton, F. (2015). *Necessary conditions of learning*. Routledge.
- Moseley, B., & Brenner, M. E. (2009). A comparison of curricular effects on the integration of arithmetic and algebraic schemata in pre-algebra students. *Instructional Science*, 37(1), 1–20. <https://doi.org/10.1007/s11251-008-9057-6>
- Mullis, I., Martin, M., & Foy, P. (2008). *TIMSS 2007 international mathematics report: Findings from IEA's Trends in International Mathematics and Science Study at the fourth and eighth grade*. TIMSS and PIRLS International Study Center, Boston College. <http://pirls.bc.edu/timss2007/mathreport.html>
- Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Foy, P., & Arora, A. (2012). *TIMSS 2011 International Results in Mathematics*. TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College. [https://timssandpirls.bc.edu/timss2011/downloads/T11\\_IR\\_Mathematics\\_FullBook.pdf](https://timssandpirls.bc.edu/timss2011/downloads/T11_IR_Mathematics_FullBook.pdf)
- Mullis, I., Martin, M., Foy, P., Kelly, D., & Fishbein, B. (2020). *TIMSS 2019 International Results in Mathematics and Science*. TIMSS and PIRLS International Study Center, Boston College. <https://timssandpirls.bc.edu/timss2019/international-results/>
- Musa, N., & Malone, J. (2012). Problem Categorisation in Ratio. A Closer Look. En J. Dindyal, L. P. Cheng & S. F. Ng (Eds.), *Mathematics education: Expanding horizons, Proceedings of the 35th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*. MERGA.
- Ng, S. F., Lee, K., Ang, S. Y., & Khng, F. (2006). Model method: Obstacle or bridge to learning symbolic algebra. En W. Bokhorst-Heng, M. Osborne & K. Lee (Eds.), *Redesigning pedagogies: Reflections from theory and praxis* (pp. 227–242). Sense publishers.
- Oates, T. (2014). *Why textbooks count*. Cambridge assessments. <http://www.cambridgeassessment.org.uk/Images/181744-why-textbooks-count-tim-oates.pdf>
- Orrantia, J., González, L.B., & Vicente, S. (2005). Un análisis de los problemas aritméticos en los libros de texto de Educación Primaria. *Infancia Y Aprendizaje*, 28(4), 429–451. <https://doi.org/10.1174/021037005774518929>
- Rao, N., Ng, S. S. N., & Pearson, E. (2010). Preschool pedagogy: A fusion of traditional Chinese beliefs and contemporary notions of appropriate practice. En C. Chan & N. Rao (Eds.), *Revisiting the Chinese learner. CERC studies in comparative education* (pp. 255–279). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-90-481-3840-1\\_9](https://doi.org/10.1007/978-90-481-3840-1_9)

- Riley, M., & Greeno, J. (1988). Developmental analysis of understanding language about quantities of solving problems. *Cognition y Instruction*, 5, 49–101. [https://doi.org/10.1207/s1532690xci0501\\_2](https://doi.org/10.1207/s1532690xci0501_2)
- Schmidt, W., McKnight, C., Houang, R., Wang, H., Wiley, D., Cogan, L., & Wolfe, R. (2001). *Why schools matter: A cross-national comparison of curriculum and learning*. Jossey-Bass.
- Schoenfeld, A.H. (1991). On mathematics as sense-making: An informal attack on the unfortunate divorce of formal and informal mathematics. En J.F. Voss, D.N. Perkins & J.W. Segal (Eds.), *Informal reasoning and education* (pp. 311–343). Lawrence Erlbaum Associates.
- Siegler, R., & Oppenzato, C. (2021). Missing Input: How Imbalanced Distributions of Textbook Problems Affect Mathematics Learning. *Child Development Perspectives*, 15(2), 76–82. <https://doi.org/10.1111/cdep.12402>
- Sievert, H., van den Ham, A.K., & Heinze, A. (2021). Are first graders' arithmetic skills related to the quality of mathematics textbooks? A study on students' use of arithmetic principles. *Learning and Instruction*, 71(101401), 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2020.101401>.
- Sievert, H., van den Ham, A.K., Niedermeyer, I., & Heinze, A. (2019). Effects of mathematics textbooks on the development of primary school children's adaptive expertise in arithmetic. *Learning and Individual Differences*, 74(101716), 1–13. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2019.02.006>
- Tarim, K. (2017). Problem solving levels of elementary school students on mathematical word problems and the distribution of these problems in textbooks. *Çukurova University. Faculty of Education Journal*, 46(2), 639–648. <https://doi.org/10.14812/cuefd.306025>
- Tárraga, R., Tarín, J., & Lacruz, I. (2021). Analysis of word problems in primary education mathematics textbooks in Spain. *Mathematics*, 9(17), 2123. <https://doi.org/10.3390/math9172123>
- Törnroos, J. (2005). Mathematics textbooks, opportunity to learn and student achievement. *Studies in Educational Evaluation*, 31(4), 315–327. <https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2005.11.005>
- Vergnaud, G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad*. Trillas.
- Van Dooren, W., Verschaffel, L., Greer, B., & De Bock, D. (2006). Modelling for life: Developing adaptive expertise in Mathematical modelling from early age. En L. Verschaffel, F. Dochy, M. Boekaerts y S. Vosniadou (Eds.), *Instructional psychology: Past, present and future trends* (pp. 91–109). Elsevier.
- Van Zanten, M., & Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2018). Opportunity to learn problem solving in Dutch primary school mathematics textbooks. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 50(7), 827–838. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0973-x>
- Verschaffel, L., Depaepe, F., & Van Dooren, W. (2020). Word problems in mathematics education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 908–911). Springer.
- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Swets y Zeitlinger Publishers. <https://doi.org/10.1023/A:1004190927303>
- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2007). Whole number concepts and operations. En F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 557–628). Information Age Publishing.

- Vicente, S., Manchado, E., & Verschaffel, L. (2018). Resolución de problemas aritméticos verbales. Un análisis de los libros de texto españoles. *Cultura y Educación*, 30, 71-104, <https://doi.org/10.1080/11356405.2017.1421606>
- Vicente, S., Sánchez, R., & Verschaffel, L. (2020). Word problem solving approaches in mathematics textbooks: a comparison between Singapore and Spain. *European Journal of Psychology of Education*, 35, 567-587. <https://doi.org/10.1007/s10212-019-00447-3>.
- Vicente, S., Verschaffel, L., & Múñez, D. (2021). Comparación del nivel de autenticidad de los problemas aritméticos verbales de los libros de texto españoles y singapurenses. *Cultura y Educación*, 33(1), 106-133. <https://doi.org/10.1080/11356405.2020.1859738>
- Vicente, S., Verschaffel, L., Sánchez, R., & Múñez, D. (2022). Arithmetic word problem solving. Analysis of Singaporean and Spanish textbooks. *Educational Studies in Mathematics*, 111, 375-397. <https://doi.org/10.1007/s10649-022-10169-x>
- Xin, Y.P. (2007). Word problem solving tasks in textbooks and their relation to student performance. *The Journal of Educational Research*, 6, 347-359. <https://doi.org/10.3200/JOER.100.6.347-360>
- Yang, D.Y., & Sianturi, I. A. J. (2020) Analysis of algebraic problems intended for elementary graders in Finland, Indonesia, Malaysia, Singapore, and Taiwan. *Educational Studies*, 1-23. <http://dx.doi.org/10.1080/03055698.2020.1740977>

∞

**Santiago Vicente**

Universidad de Salamanca (España)  
[sanvicente@usal.es](mailto:sanvicente@usal.es) | <https://orcid.org/0000-0002-2072-8133>

**Lieven Verschaffel**

Katholieke Universiteit Leuven (Bélgica)  
[lieven.verschaffel@kuleuven.be](mailto:lieven.verschaffel@kuleuven.be) | <https://orcid.org/0000-0002-5283-6470>

**Marta Ramos**

Universidad de Salamanca (España)  
[martaramos@usal.es](mailto:martaramos@usal.es) | <https://orcid.org/0000-0002-7984-1894>

Recibido: 31 de marzo de 2022

Aceptado: 30 de julio de 2022

## Difficulty level of arithmetic word problems in Singaporean and Spanish textbooks

Santiago Vicente @ <sup>1</sup>, Lieven Verschaffel @ <sup>2</sup>, Marta Ramos @ <sup>1</sup>

<sup>1</sup> Universidad de Salamanca (España)

<sup>2</sup> Katholieke Universiteit Leuven (Bélgica)

The results of different international mathematics achievement assessments (e.g., TIMSS 2019 [INEE, 2020]) show very important differences in the ability of Spanish and Singaporean students to solve PAVs. In this sense, higher levels of mathematical proficiency seem to be associated with the ability to solve more difficult PAVs (Mullis et al., 2020). While much of the difference in mathematical competence can be explained by certain general characteristics of the Singaporean culture and education system (such as the importance of education to society or the training of teachers, see Rao et al., 2010), the design of certain pedagogical resources, such as textbooks – the main teaching resource that teachers use to solve problems in the classroom (Depaepe et al., 2009; Hiebert et al., 2003; Mullins et al., 2008) – could, to some degree, contribute to understanding this performance gap. On the other hand, since the problem-solving ability that students develop depends, at least in part, on the variety of problems they face in the classroom (Siegler and Oppenzato, 2021); and the semantic-mathematical structure of the problems is one of the variables that most influences the level of difficulty of the problems (Carpenter and Moser, 1984; Greer, 1992; Heller and Greeno, 1978; Vergnaud, 1991), it is worth asking whether the PAVs included in the most commonly used mathematics textbooks in Singapore are semantically-mathematically more difficult than those included in Spanish textbooks. To answer this question, a quantitative comparison was made of the level of semantic-mathematical difficulty of the problems in the textbooks of the Spanish publishers Santillana and SM and of the main Singaporean publisher (Marshall Cavendish), for the 6 grades that make up Primary Education in both countries. Twenty additive and fourteen multiplicative structures were differentiated and grouped into three levels of increasing difficulty. The results showed that Singaporean textbooks contained more difficult problems than the Spanish ones, although the difference was small. Moreover, in all the books analyzed, the vast majority of the problems were easy. Although in both Singapore and Spain most of the problems are semantic-mathematically easy problems, the existence of a greater presence in the Singapore books of some types of multiplicative problems (scalar and multiple ratio), of medium semantic-mathematical difficulty, can be interpreted in terms of certain differences between the mathematics curricula of both countries, such as the existence of other types of problems (for example, algebra and ratio problems) and the greater presence of graphical aids to reasoning in Singapore (Vicente et al., 2020). Finally, the way in which some of the structures of the PAVs are used to introduce algebra and ratio problems in the Singapore books can serve as a guide for teachers who want to work with their students on problems of this type, as illustrated in the examples included in this work.