Concepciones y creencias de profesores de primaria sobre problemas matemáticos, su resolución y enseñanza

Juan Luis Piñeiro, Universidad de Granada (España)

Elena Castro-Rodríguez, Universidad de Granada (España)

Enrique Castro, Universidad de Granada (España)

Concepciones y creencias de profesores de primaria sobre problemas matemáticos, su resolución y enseñanza

Resumen

En este trabajo examinamos concepciones y creencias que manifiestan profesores sobre nociones relativas a la resolución de problemas. Aplicamos un cuestionario con preguntas abiertas a 36 profesores chilenos de educación primaria en ejercicio. Nuestro análisis reveló que los participantes sostienen una concepción de problema centrada en la búsqueda de una solución y de acuerdo a niveles de dificultad; además de pensar en una tarea con contexto para cuya resolución se utilizan procedimientos matemáticos. Esta resolución se piensa caracterizada por fases de resolución, con énfasis en encontrar la solución y aplicar estrategias. La enseñanza efectiva en este dominio se caracteriza por la presencia de fases de resolución y uso de problemas contextualizados.

Palabras clave: Pensamiento del profesor; matemática escolar; enseñanza de la matemática; resolución de problemas; educación primaria.

Primary teachers' conceptions and beliefs about mathematical problems, its resolution and teaching

Abstract

In this work, we examine conceptions and beliefs expressed by a group of in-service primary teachers about notions related to problem solving. A questionnaire with open questions was applied to 36 Chilean teachers. Our analysis revealed that participants hold a problem' conception related to searching for a solution, characterizing them according to levels of difficulty, as a task with context and for which resolution mathematical procedures are used. The problem-solving process is characterized through phases, with an emphasis on finding the solution and the application of strategies. Effective teaching in this domain is characterized through resolution phases and use of contextualized problems.

Keywords: Teacher thinking; school mathematics; mathematics teaching; problem solving; primary education.

1. Introducción

La resolución de problemas es un elemento central en las matemáticas escolares, considerándose tanto una meta por sí misma, como un camino para lograr aprendizajes matemáticos. La investigación sobre este tópico ha mostrado un avance significativo en relación a cómo los alumnos resuelven problemas matemáticos (Cai, 2010; Schoenfeld, 2013). Sin embargo, otros focos como el papel del profesor en el proceso de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos han recibido menor atención por parte de los investigadores en Educación Matemática (Lester, 2013).

El desempeño de los profesores en el aula está determinado por concepciones y creencias sobre los contenidos matemáticos escolares y su enseñanza (Pajares, 1992). En la resolución de problemas de matemáticas, las concepciones y creencias influyen en los aspectos que la literatura reporta como acciones para una enseñanza efectiva (e.g., Cai, 2010; Lester, 2013; Lester & Cai, 2016). Nuestro trabajo tiene por objetivo profundizar en concepciones y creencias expresadas por profesores de primaria en

ejercicio sobre las nociones de problema matemático escolar, resolución de problemas y enseñanza efectiva de la resolución de problemas. Dado que las investigaciones sobre concepciones y creencias han utilizado principalmente dos diseños complementarios —estudios de encuesta y estudios cualitativos— que aportan diferentes tipos de información (Xenofontos & Andrews, 2012), y debido a que los estudios sobre concepciones de profesores chilenos relativos a la resolución de problemas han utilizado mayormente metodologías cuantitativas (e.g., Donoso, Rico & Castro, 2015; Saadati, Cerda, Giaconi, Reyes & Felmer, 2019), adoptamos una perspectiva cualitativa mediante análisis de contenido inductivo.

2. Estudio de concepciones de profesores y resolución de problemas en Chile

Friz, Panes, Salcedo y Sanhueza (2018) muestran la gran importancia que profesores chilenos dan a la utilidad de las matemáticas. Como más importantes se señala a los contenidos procedimentales, entre los que se incluye la resolución de problemas (Donoso et al., 2015). El concepto de problema se asocia con un desafío donde las matemáticas son la herramienta para resolverlo, además se considerarse el uso de problemas para ejercitar contenidos matemáticos (Felmer et al., 2015).

Saadati et al (2019) señalan que los docentes chilenos creen que lo que se debe hacer no se corresponde con lo que consideran que se hace en sus clases cuando se trata de resolución de problemas. Estos autores atribuyen este resultado a que la estructura del sistema educativo chileno ha estado durante décadas orientado al mercado, con fuerte presencia de mecanismos de rendición de cuentas y falta de autonomía profesional. Esto provocaría que los docentes privilegien prácticas basadas en entrenar a sus estudiantes para responder pruebas estandarizadas. Otra causa podría ser la concepción que tienen sobre problema. Si bien los profesores reportan un alto nivel de uso en el aula de la resolución de problemas (Giaconi, Felmer, Peri & Espinoza, 2015), la observación de clases ha evidenciado el ofrecimiento de pocas oportunidades para aprender a resolver problemas a los estudiantes (Felmer et al., 2015). Estos resultados sugieren que los docentes no comparten un concepto de problema en el que el estudiante debe articular un procedimiento de solución ante una tarea que no admite un camino directo. Es decir, los docentes sostienen un concepto de problema centrado en la aplicación de contenidos enseñados a tareas contextualizadas.

Los docentes chilenos evalúan su desempeño respecto a la resolución de problemas con puntajes altos, sin haber buscado soluciones alternativas u otras respuestas, lo cual es un indicador de una concepción limitada sobre el proceso de resolución (Felmer et al., 2015). Además, las clases de matemáticas chilenas tienen una inclinada orientación a la práctica repetida de procedimientos, en las que el "tiempo está en su mayoría dedicado a entrenar destrezas y realizar procedimientos rutinarios, de manera que las nociones, más que desarrolladas, son comunicadas" (Preiss, Larraín & Valenzuela, 2011, p. 141). Las concepciones de los profesores sobre las ideas que enseñan condicionan estas prácticas. Estas ideas tienen una influencia cultural, especialmente de los currículos de sus países (Xenofontos & Andrews, 2012).

El último cambio curricular chileno data de 2012 con la resolución de problemas en un lugar exclusivo y explícito dentro de las llamadas habilidades a desarrolla. En MINEDUC (2012) se manifiestan objetivos de aprendizaje por niveles relativos a la resolución de problemas. Sin embargo, algunos autores señalan que, a pesar de poner énfasis en un enfoque de enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas, se solicita que se muestre dominio de un contenido resolviendo problemas (Piñeiro, Castro-Rodríguez & Castro, 2016) y no que se aprenda a través de ellos.

Además, los documentos de diseminación del currículo y los textos escolares otorgan principalmente lineamientos para el trabajo con problemas rutinarios o ejercicios de aplicación, reforzando la procedimentalización. Todo ello da lugar a que el sistema educativo chileno, exigiendo a los profesores el reporte de resultados, fomente un concepto de problema de aplicación de contenidos para dar cuenta del aprendizaje.

Las oportunidades de los docentes chilenos para formarse en matemáticas son limitadas (Varas et al., 2008). Si bien los programas de formación inicial presentan una alta presencia de resolución de problemas, los estudiantes reportan tener pocas oportunidades de trabajar este proceso durante su formación (Felmer et al., 2015). Esto podría ser indicativo de que los futuros profesores tienen poco tiempo para encausar sus concepciones sobre la resolución de problemas hacia una visión contemporánea en el sentido de Blanco (1997), donde sean fuente, lugar y criterio de aprendizaje.

El panorama de las concepciones de profesores chilenos relativas a la resolución de problemas revela una visión tradicional (en el sentido de Blanco, 1997) o cercana a los problemas aritméticos de enunciado verbal y su resolución. Esto ha provocado que la enseñanza comporte prácticas con apenas oportunidades de resolver problemas de forma genuina (e.g., Preiss et al., 2011). Al igual que en el panorama internacional, la línea de concepciones de profesores sobre enseñanza efectiva de la matemática es aún incipiente, más aún cuando el tópico es la resolución de problemas (Son & Lee, 2016). Este trabajo pretende explorar concepciones de problema y de resolución de problema de los profesores. Esto podría explicar reportes de alto uso de la resolución de problemas que no coinciden con lo que se observa en las aulas. Conjeturamos que la respuesta está en sus concepciones. A fin de complementar nuestra conjetura, exploramos creencias sobre características de una enseñanza efectiva de estos tópicos.

3. Perspectivas teóricas

Concepciones y creencias en Educación Matemática en general, al igual que sobre resolución de problemas en particular (e.g., Blanco, 1997; Blanco, Guerrero & Caballero, 2013; Block, Martínez, Dávila & Ramírez, 2001), son áreas de interés para la investigación. Los estudios sobre concepciones y creencias de los docentes han demostrado una influencia en el aprendizaje de los estudiantes (Handal, 2003; Pajares, 1992; Philipp, 2007; Thompson, 1994). Sin embargo, su caracterización es compleja y sus límites no son claros (e.g., Donoso et al., 2015; Moreno & Azcárate, 2003), debido a la estrecha relación entre estos constructos y con el conocimiento. En particular, Thompson (1994) señala que las concepciones es un concepto más amplio que incluye a las creencias; esto es, un sistema organizado de creencias es una concepción.

Las creencias son consideradas conocimientos poco elaborados o verdades personales (Donoso et al., 2015; Moreno & Azcárate, 2003). Están fundadas en afectos y ausencia de conocimientos, es decir, derivadas de experiencia o fantasía (Donoso et al., 2015; Pajares, 1992). En este sentido, tienen un componente evaluativo y afectivo (Gil & Rico, 2003), además de ser fuente de explicación y justificación de decisiones y actuaciones (Handal, 2003; Ponte, 1999). Una forma de acceder a ellas es a través de justificación de declaraciones verbales o acciones (Gil & Rico, 2003) ya que generalmente van precedidas por *yo creo* (Phillipp, 2007). Ponte (1999) señala que las creencias serían el substrato conceptual que proporciona puntos de vista y organizan conceptos. Por el contrario, las concepciones serían categorías de significado subyacentes a las ideas de los profesores, encarnando sus intenciones, lo que valoran y sus significados (Chapman, 2009). Por tanto, son menos subjetivas pues se apoyan en sustratos filosóficos y tienen procedimientos para valorar su validez.

En este trabajo utilizamos el término creencias para referirnos a los juicios manifestados por los profesores sobre la enseñanza de la resolución de problemas, ya que como señalan estudios anteriores (e.g., Varas et al., 2008) no existe una oportunidad explicita de aprender a enseñar problemas. Por otro lado, entendemos que las concepciones que los profesores reporten sobre problema y resolución de problema, son ideas sobre las que sí han tenido formación. Además, estas se apoyarían en fundamentos sobre cómo entienden las matemáticas y cómo organizarían sus creencias sobre enseñanza efectiva de la resolución de problemas.

3.1. Problema matemático escolar, su resolución y enseñanza

Una caracterización común describe problema como situación que involucra a un individuo en una serie de procesos cognitivos y no cognitivos sin predeterminar (Castro & Ruíz-Hidalgo, 2015; Lesh, English, Riggs & Sevis, 2013; van de Walle, 2001). Así, lo que para un resolutor puede ser un problema, para otro puede ser un ejercicio rutinario que provoca una respuesta inmediata. El proceso de resolver un problema desde esta perspectiva, por tanto, se realiza en fases flexibles y no lineales, que se experimentan al resolver un problema y en el que se utilizan conocimientos, heurísticos y estrategias, sujetos a factores no cognitivos y metacognitivos (Mayer & Wittrock, 2006; Schoenfeld, 1992; Wilson, Fernández & Hadaway, 1993).

Stanic y Kilpatrick (1989) señalan tres enfoques que han caracterizado el papel de la resolución de problemas en los currículos escolares. El primero concibe los problemas como el contexto para aprender matemáticas, por lo que son un medio para lograr otros fines. Un segundo enfoque es la resolución de problemas como habilidad, convirtiéndola en fin y no solo contexto. El tercer enfoque se refiere al proceso de hacer matemáticas resolviendo problemas, dando significado a las ideas matemáticas de forma similar a los matemáticos. Estos enfoques sugieren las vías de enseñanza de la resolución de problemas en el aula, comúnmente llamadas de enseñanza sobre, para y a través de resolución de problemas. En cualquier caso, Schroeder y Lester (1989) ven poco productivo argumentar a favor de un único enfoque.

Para Castro y Ruiz-Hidalgo (2015), "estos tres acercamientos a la resolución de problemas pueden utilizarse de manera aislada, pero en la práctica se solapan y se utilizan en secuencias que incorporan más de una de estas aproximaciones" (p. 95). Chapman (2017) ha identificado cuatro enfoques de los docentes en la enseñanza de la resolución de problemas (basados en la traducción, en la estrategia, en la heurística y en la investigación). Es posible observar acciones de los profesores en su enseñanza, de modo que cada enfoque se asocie a ciertas acciones.

La literatura reporta que el enfoque de enseñanza de la matemática a través de resolución de problemas presenta grandes beneficios en los aprendizajes de los alumnos (Cai, 2010; Chapman, 2017; Lester & Cai, 2010; Stein, Boaler & Silver, 2003), e incluso su uso se considera como una enseñanza efectiva (Son & Lee, 2016). A pesar de no ser una concepción de enseñanza generalizada, se ajusta al entendimiento de una enseñanza que promueva aprendizajes, habilidades de pensamiento superior y una atmósfera de enseñanza basada en la experimentación.

4. Métodos

Los estudios de encuesta han primado en la investigación sobre concepciones de profesores chilenos y sus ideas relativas a la resolución de problemas (e.g., Donoso et al., 2015; Saadati et al., 2019). No obstante, los estudios cualitativos son fuente de profundización pues están diseñados para descubrir la complejidad de creencias y

prácticas docentes debido a la minuciosidad de sus resultados (Xenofontos & Andrews, 2012). Dichos estudios resaltan la relación entre creencias, tal como las sostienen los informantes, y prácticas, tal como se observan. Nuestro trabajo se sitúa en este tipo de estudios a fin de profundizar en concepciones y creencias que manifiestan profesores de primaria chilenos sobre la noción de problema matemático, la resolución de problemas y la enseñanza efectiva de la resolución de problemas.

Los 36 profesores (25 mujeres y 11 hombres) que participaron de manera voluntaria estaban en el curso 2017-2018 trabajando en colegios de primaria públicos (20), privados con aporte público (7) y privados (9) de regiones de Chile. La formación de estos profesores es mayoritariamente generalista con especialización en matemáticas (18), generalistas sin especialización (10), generalistas especialización no matemática (7) y un profesor con experiencia en secundaria. El promedio de años de servicio es 9.25, con 1 y 27 años en los extremos. Los docentes fueron informados de los objetivos del estudio cuando se solicitó su ayuda y por escrito en el cuestionario individual. Las preguntas del cuestionario son de Son y Lee (2016), donde se relaciona la competencia para resolver problemas y las concepciones sobre enseñanza efectiva de la resolución de problemas en futuros profesores de primaria. Utilizamos las preguntas de indagar en concepciones y creencias, que son abiertas y "permiten a los encuestados dar respuestas con sus propias palabras" (Fink, 2003, p. 35). La primera pregunta relativa al concepto de problema y a la resolución de problemas evidenciaría concepciones mientras que las relativas a la enseñanza evidenciarían creencias (ver Tabla 1). Cada profesor respondió sin tiempo delimitado.

Tabla 1. Preguntas del cuestionario

Pregunta	Propósito	
En el contexto de la clase de matemáticas ¿qué significa problema y resolución de problemas para ti?	Identificar concepciones sobre problema matemático escolar y resolución de problemas	
¿Qué crees que constituye una enseñanza efectiva de la resolución de problemas?	Identificar concepciones sobre qué es lo importante en la enseñanza de la resolución	
¿Crees que estás enseñando adecuadamente la resolución de problemas? ¿Por qué?	de problemas	

Las respuestas fueron sometidas a un análisis cualitativo de contenido inductivo (Grbich, 2013). Este método permite profundizar en los significados del contenido a analizar, en este caso concepciones y creencias. Usamos un proceso inductivo para determinar las categorías en base a los datos escritos y encontrar relaciones entre categorías. La Figura 1 muestra parte del análisis de una respuesta con diversas ideas en referencia a distintas categorías y subcategorías.

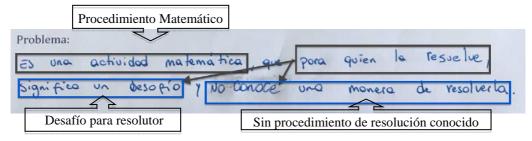


Figura 1. Ejemplo de la presencia de tres subcategorías en una respuesta

El proceso inductivo se basa en tres etapas donde las unidades de análisis son respuestas o fragmentos con significado sobre el objeto de estudio. En la primera etapa revisamos dos tercios de las respuestas y agrupamos las que indican una misma idea. Así determinamos temas relevantes. Por ejemplo, respuestas como la de la Figura 2 se agruparon en torno a la idea 'propósito', debido a que se observa una definición de problema basada en el logro de alguna meta. En la segunda etapa, refinamos la organización de temas en base a categorías y subcategorías sobre puntos de vista de participantes. La Figura 2 muestra dos respuestas en torno a la idea 'propósito'. La respuesta i) manifiesta un propósito de recolección de datos y búsqueda de solución, mientras que ii) además de señalar búsqueda de datos, sugiere desarrollo de estrategias. En la tercera etapa, analizamos el tercio restante de respuestas repitiendo las etapas anteriores con el fin de validar el sistema de categorización.

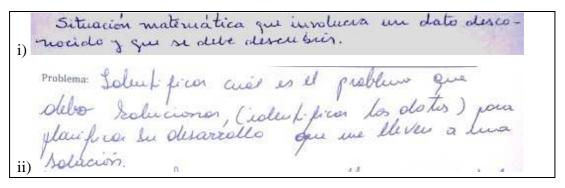


Figura 2. Ejemplos de respuestas relativas a la idea 'propósito'

5. Resultados

Presentamos resultados organizados de acuerdo a las nociones indagadas en cada pregunta y elaboradas en el marco teórico: problema matemático escolar, resolución de problemas (en el ámbito de concepciones); y enseñanza efectiva de la resolución de problemas (en el ámbito de creencias). En la discusión final ponemos en relación algunos de estos resultados y sus implicaciones. Conviene matizar que utilizamos los términos de categorías y subcategorías a sabiendas de que los contenidos que ubicamos están, de hecho, relacionados y por los tanto no son excluyentes.

5.1. Problema matemático escolar

Del análisis de las respuestas de los profesores, surgieron dos categorías, con sus respectivas subcategorías. La primera categoría, 'propósito del problema', agrupa las respuestas que mencionan un logro, meta o fin al definir la noción de problema. Esta categoría engloba a 5 subcategorías (Tabla 1), siendo 'búsqueda de solución' la más frecuente con respuestas como: "Situación que requiere una solución". La segunda categoría, 'características del problema', agrupa las respuestas que mencionan algún elemento del problema o su resolución. Entre las 13 subcategorías que emergen (Tabla 1), 'contexto cotidiano', 'dificultad' y 'carácter matemático' son las de mayor frecuencia. Un ejemplo de respuesta que alude al contexto es: "Un problema matemático es la recreación intencionada del profesor, de situaciones de la vida real"; otro sobre la dificultad es: "Es generar un conflicto a raíz de una pregunta en un contexto, en el cual, busquen la forma de solucionar un problema desarrollando el pensamiento critico, discurriendo y analizando"; y otro sobre el carácter matemático de los problemas: "Situación matemática que involucra elementos relacionados con el diario vivir, que requieren del razonamiento, del desarrollo y aplicación de estrategias matemáticas". La Tabla 2 expone las categorías y sus subcategorías.

Tabla 2. Categorización en las respuestas sobre problema matemático escolar

Categorías	Subcategorías	Frecuencia
	Búsqueda de solución	21
D / ' 11	Recolección de datos	3
Propósito del	Aprendizaje de contenidos	3
problema	Desarrollo del pensamiento	2
	Desarrollo de estrategias	4
	Dificultad	10
	Contexto cotidiano	11
	Datos	5
	Condiciones	1
	Eje transversal	1
C	Desafío	3
Características del problema	Verbal o escrito	2
	Requiere esfuerzo y perseverancia	1
	Carácter matemático	8
	Son escolares	3
	Requiere razonar	1
	Sin procedimiento de resolución conocido	4
	Puede no tener contexto	1

5.2. Resolución de problemas

De las respuestas que los participantes a la pregunta sobre resolución de problemas, surgen tres categorías: 'fases y/o sus características', 'estrategias' y 'metacognición', con sus correspondientes subcategorías (Tabla 3). Con respecto a la primera categoría, algunas respuestas mencionan fases de resolución y características. Por ejemplo, hay respuestas que exponen que la resolución de problemas es "Pasos a seguir para encontrar el valor o la solución" o "Interpretación, extracción de datos procedimientos o desarrollo y solución a un problema o situación en contexto". Destaca un grupo de respuestas que hacen referencia a la fase final de solución, siendo la subcategoría mayoritaria. No se alude a la reflexión del proceso o a la búsqueda de generalidades. Las respuestas más bien referencian el buscar una solución como finalidad de la resolución de problemas. "Seguir pasos para llegar a una solución" es una respuesta sobre la fase final como la meta de la resolución de problemas. En la segunda categoría referida a las estrategias para resolver problemas, se escribe sobre uso de material concreto, representaciones, aplicación de algoritmos o palabras claves. Con mayor frecuencia se alude al uso o aplicación de estrategias, que pueden concebirse pre-establecidas. Un ejemplo es: "Aplicación de estrategias para identificar el dato incógnito o desconocido que de respuesta al problema planteado". Finalmente, agrupamos las respuestas sobre conexión entre conocimientos, habilidades y estrategias para llegar a una solución en la categoría de metacognición. Aquí interpretamos un uso metacognitivo de estos tres elementos. "Es una instancia en donde se ponen a prueba, conocimientos, habilidades y estrategias..." es un ejemplo.

Tabla 3. Categorización en las respuestas sobre resolución de problemas

Categorías	Subcategorías	Frecuencia
Faces 11/2	Fases de resolución	12
Fases y/o características	Proceso	5
	Momento para desarrollas habilidades	3

Categorías	Subcategorías	Frecuencia
	Solución	22
	Planificación	3
	Comprensión	1
	Uso de material concreto o representaciones	2
	En forma individual o grupal	1
	Aplicación/Uso de estrategias	9
Estrategias	Estrategia pre-establecida	1
	Estilos de aprendizaje	1
	Aplicación de algoritmo	3
	Palabras claves	2
Metacognición	Conectar	2

5.3. Enseñanza de la resolución de problemas

La Tabla 4 muestra la caracterización de las respuestas a la primera pregunta sobre enseñanza (Tabla 1). Agrupamos las ideas emergentes en dos categorías, una ligada a los aspectos que atañen al profesor y sus acciones, y otra a las acciones que deberían realizar los estudiantes. Dentro de ellas, destacan la estructuración de la clase en función de las fases de resolución y la contextualización de los problemas a la vida cotidiana de los estudiantes. La contextualización trata de aplicar el contenido matemático a situaciones reales, como en "Partir desde lo que ya es familiar; desarrollar problemas que involucren sus situaciones y sus propios problemas; involucrar la matemática desde lo propio y lo cercano y vinculado a palabras claves" o "Que el planteamiento de este sea atingente y cercano a los niños, lo que los hace reflexionar desde sí mismos y resolver". En las respuestas que relacionan enseñanza efectiva con uso de algoritmos, interpretamos una limitación sobre tipos de tareas que se consideran problemas en el sentido de minimizarse la posibilidad de los estudiantes de enfrentarse a problemas considerados como idóneos para el aprendizaje de matemáticas (Lester & Cai, 2016). La creencia procedimentalizada del problema convive con aspectos como comprensión y motivación en: "Una enseñanza efectiva debe afectar a la resolución de problemas junto con las operaciones aritméticas y no en forma aislada, con actividades que mantengan el interés y eviten la desmotivación. 9

Tabla 4. Categorización en respuestas sobre enseñanza efectiva de la resolución de problemas

Uso de fases de resolución Aprovechamiento del error 1 Uso de problemas contextualizados 10 Uso de distintos tipos de problemas 5 Tiempo para otorgado para analizar el problema 2 Buena selección de problemas 1 Uso transversal en las clases de matemáticas 1 Clase bien estructurada 1 Motivación 4 Enseñanza y desarrollo de estrategias de resolución Desarrollo de estrategias personales 2 Uso del juego 1 Considerar conocimientos previos 2 Énfasis en el proceso y no en resultados	Categorías	Subcategorías	Frecuencia
Uso de problemas contextualizados Uso de distintos tipos de problemas 5 Tiempo para otorgado para analizar el problema 2 Buena selección de problemas 1 Uso transversal en las clases de matemáticas 1 Clase bien estructurada 1 Motivación 4 Enseñanza y desarrollo de estrategias de resolución Desarrollo de estrategias personales 2 Uso del juego 1 Considerar conocimientos previos		Uso de fases de resolución	11
Aspectos ligados al profesor o la planificación Aspectos ligados al profesor o la planificación Enseñanza y desarrollo de estrategias de resolución Desarrollo de estrategias personales Uso de distintos tipos de problemas Enseñanza el problema 1 Uso transversal en las clases de matemáticas 1 Clase bien estructurada Motivación 4 Enseñanza y desarrollo de estrategias de resolución Desarrollo de estrategias personales 2 Uso del juego 1 Considerar conocimientos previos		Aprovechamiento del error	1
Aspectos ligados al profesor o la planificación Aspectos ligados al profesor o la planificación Clase bien estructurada Motivación Enseñanza y desarrollo de estrategias de resolución Desarrollo de estrategias personales Uso del juego Considerar conocimientos previos 2		Uso de problemas contextualizados	10
Aspectos ligados al profesor o la planificación Buena selección de problemas Uso transversal en las clases de matemáticas Clase bien estructurada Motivación Enseñanza y desarrollo de estrategias de resolución Desarrollo de estrategias personales Uso del juego Considerar conocimientos previos		Uso de distintos tipos de problemas	5
Aspectos ligados al profesor o la planificación Uso transversal en las clases de matemáticas Clase bien estructurada Motivación Enseñanza y desarrollo de estrategias de resolución Desarrollo de estrategias personales Uso del juego Considerar conocimientos previos		Tiempo para otorgado para analizar el problema	2
al profesor o la planificación Clase bien estructurada Motivación Enseñanza y desarrollo de estrategias de resolución Desarrollo de estrategias personales Uso del juego Considerar conocimientos previos		Buena selección de problemas	1
planificación Motivación Enseñanza y desarrollo de estrategias de resolución Desarrollo de estrategias personales Uso del juego Considerar conocimientos previos	1	Uso transversal en las clases de matemáticas	1
Motivación 4 Enseñanza y desarrollo de estrategias de resolución 4 Desarrollo de estrategias personales 2 Uso del juego 1 Considerar conocimientos previos 2	*	Clase bien estructurada	1
Desarrollo de estrategias personales Uso del juego 1 Considerar conocimientos previos 2	prammeación	Motivación	4
Uso del juego 1 Considerar conocimientos previos 2		Enseñanza y desarrollo de estrategias de resolución	4
Considerar conocimientos previos 2		Desarrollo de estrategias personales	2
		Uso del juego	1
Énfasis en el proceso y no en resultados 1		Considerar conocimientos previos	2
		Énfasis en el proceso y no en resultados	1

Categorías	Subcategorías	Frecuencia
	Enseñar palabras claves	1
	Diversidad de estrategias de enseñanza	1
	Mediación adecuado del profesor	1
_	Razonamiento matemático	1
Aspectos ligados al estudiante	Aplicación correcta de algoritmos	4
	Desarrollo de pensamiento lógico	1
	Reflexión	1
	Flexibilidad en el uso de estrategias	1
	Resolver PAEV con estrategias distintas al algoritmo	2
	Uso de lenguaje matemático	1
	Desarrollo de la comprensión lectora	3

Organizamos los resultados para la segunda pregunta sobre enseñanza (Tabla 1) en respuestas afirmativas (Tabla 5), dubitativas (Tabla 6) y negativas. De las 36 respuestas, menos de la mitad manifiestan certeza de ejercer una enseñanza efectiva, como en "Sí, porque promuevo el análisis y reflexión por parte de los estudiantes para que autónomamente encuentren la solución y el correcto procedimiento". Observamos aspectos didácticos generales y aspectos específicos de la resolución de problemas, con tendencia a justificaciones basadas en la acción del profesor y no en un resultado que podría ser considerado efectivo. No se considera por tanto el logro de la competencia para resolver problemas. Las respuestas dubitativas consideran acciones docentes dentro de lo que entienden como enseñanza efectiva, pero dejan entrever dudas o espacio a incorporar otros elementos efectivos, como en: "Sí, pero también creo que me falta mucho, aprovecho mucho material concreto, que ellos expliquen sus estrategias de resolución, buscar los errores y aprovechando, los insto a ser reflexivos y buscar soluciones para sus errores". Se explicita aún no haber conseguido o no considerar realizar una enseñanza del todo efectiva. En este grupo, dónde incluimos respuestas con *creo* o *pienso*, hay tres subcategorías que se detallan en la Tabla 6.

Tabla 5. Categorización de las respuestas afirmativas

Categorías	Subcategorías	Frecuencia
	Constancia en el tiempo dedicado	1
	Planificación coherente	1
	Adecuada a las características de estudiantes	3
A 11.17	Se reflexiona	2
Aspectos didácticos generales	Se consideran factores no cognitivos	2
generales	Argumentación	2
	Uso de materiales	2
	Autoevaluación	1
	Autonomía	1
•	Recolección y análisis de datos	3
Aspectos específicos de la resolución de problemas	Uso de problemas sobre contenidos curriculares	2
	Desarrollo del pensamiento matemático	1
	Enseñanza de fases de Pólya	4
	Enseñanza de palabras claves	1
	Modelamiento de estrategias de resolución	1
	Problemas con contextos de los estudiantes	1

Tabla 6. Categorización de las respuestas dubitativas

Categorías	Subcategorías	Frecuencia
	Cumple con concepción de enseñanza efectiva	3
	Uso de problemas contextualizados	2
	No existe una forma correcta	1
	Hay motivación	2
Instificaciones	Se enseñan estrategias	3
Justificaciones	Fases de resolución	4
	Relación cercana con estudiantes	1
	Uso de tecnología	1
	Material	1
	Argumentación	1
	Pensamiento creativo y divergente	3
	Problemas no aplicados	2
Elementos que faltan	Contextualizar los problemas	2
	Validación de pares profesores	1
	Mayor diversidad de tipos de problemas	1
Causas	Metodologías de enseñanza antiguas	3
	Falta de tiempo	5
	Cantidad de niños por sala	1

En el último grupo con tres respuestas, los profesores consideran no realizar una enseñanza efectiva de la resolución de problemas. Algunos ejemplos son: "No. Se enseña a resolver problemas de manera mecánica y usando una sola alternativa de solución" o "No necesariamente, ya que siempre se pueden aprender nuevas estrategias y tipos de problemas, pero se tiende, de forma natural, a encasillarse en su/s propia/s estrategia/s". Destaca la alusión a que la enseñanza de la resolución de problemas se realiza solo de forma mecánica. Además, concepciones manifestadas en respuestas a preguntas anteriores sobre la noción problema y resolución de problemas y enseñanza efectiva sirven de fundamento de respuestas posteriores: "Enseñar estrategias o tips para poder resolver cualquier tipo de problema y no solo un algoritmo de un modelo típico" y "Con las distintas plataformas y herramientas tecnológicas que tenemos en la corporación es más fácil que antes enseñar a resolver problemas. Creo que estoy enseñando correctamente, más técnicas que contenidos específicos.

6. Discusión y conclusiones

En este trabajo analizamos concepciones sobre las nociones de problema matemático escolar, resolución de problemas y creencias sobre enseñanza efectiva de la resolución de problemas de 36 profesores de primaria. Los resultados revelan que el pensamiento del profesor sobre estos tópicos es bastante complejo ya que conviven elementos tradicionales y contemporáneos en el sentido de Blanco (1997).

Los profesores caracterizan la noción de problema como tarea en la que se busca una solución, que presenta cierto nivel de dificultad y un contexto cotidiano o cercano a los estudiantes. En contraste con lo que se entiende como problema en la literatura (Lester & Cai, 2016), se observan limitaciones como que un único profesor respondió que una tarea es un problema solo si tiene la condición de que el procedimiento de

solución no es conocido. Un aspecto ausente en las respuestas tiene que ver con la disposición que el resolutor debe adoptar, a pesar de que debe existir una aceptación del desafío por parte del resolutor para la existencia de un problema (Mason, 2016). Por otra parte, la alusión a la necesidad de un contexto cotidiano en los problemas revela que los profesores podrían omitir tareas no aplicadas como problemas. Esto puede estar causado por la relevancia que otorgan a la utilidad y aplicabilidad de las matemáticas escolares (Donoso et al., 2016). Así, se sugiere que los docentes consideran que una tarea que no tenga un contexto real (sin importar si es una tarea rutinaria), provoca que no sea vista como un problema. Los resultados muestran una tendencia a restringir los problemas a enunciados escritos o verbales y sin consideración de los estudiantes. Esto concuerda con otros estudios que señalan que los docentes, a pesar de identificar las dificultades de los estudiantes, no utilizan esta información para planificar tareas de apoyo a dificultades (Saadati et al., 2018).

Los profesores caracterizan la resolución de problemas mayoritariamente mediante fases de resolución en las que se aplican estrategias, con énfasis en encontrar la solución. Se observa un entendimiento lineal del proceso de resolver problemas, sin considerar elementos metacognitivos que obliguen a volver sobre lo realizado. En estas respuestas existen tensiones con la concepción sobre problema pues para la primera noción se reportan ideas como pensamiento o razonamiento, y en estas se observa un entendimiento del proceso como algorítmico. Esto a similar a los resultados de Blanco (1997), donde los sujetos excluyeron elementos referidos a la metacognición y el control. Los resultados del estudio de Block y colaboradores (2001) revelan que los profesores tienen creencias arraigadas sobre la relación resolución de problemas y pensamiento, pero en la práctica emergen únicamente problemas como contexto de aplicación de algoritmos. Nuestros resultados pueden estar influenciados por el sistema educativo que exige a los profesores que sus estudiantes rindan bien en evaluaciones externas, lo cual repercute en mecanizar procedimientos de resolución en un afán de optimizar los tiempos ante "muchos contenidos a enseñar".

Las concepciones y creencias de los profesores se muestran concordantes con el marco curricular chileno en el sentido que manifiestan entender la resolución de problemas como una actividad de pensamiento. Sin embargo, la enseñanza efectiva de la resolución de problemas es entendida de manera algorítmica y procedimentalizada, cercana al enfoque basado en la heurística (Chapman, 2017), pero en línea con las ideas subvacentes del currículo. A diferencia de otros trabajos, un elemento novedoso en este estudio tiene precisamente relación con los participantes y sus concepciones y creencias sobre la enseñanza efectiva de la resolución de problemas. Las respuestas describen la enseñanza efectiva sobre todo aludiendo a las fases de resolución y a la contextualización cercana a los estudiantes. Esta importancia dada a las fases de resolución se muestra similar en la investigación de Son y Lee (2016), donde los futuros profesores relacionan el enfoque de enseñanza de las matemáticas sobre la resolución de problemas como enseñanza eficaz. Esto puede estar influido por su presencia en los textos escolares (Wilson, Fernández & Hadaway, 1993). Al mismo tiempo, nuestros resultados muestran ideas más limitadas que las de los profesores en formación, pues si bien un enfoque sobre la resolución de problemas es el mayoritario, no es el único (Son & Lee, 2016); a diferencia de nuestros resultados con profesores en activo, donde el único enfoque al que aluden está basado en la heurística. Esto puede deberse a carencias en los programas de formación (Varas et al., 2008) o en el sistema escolar, que provoca concepciones más tradicionales (Saadati et al., 2019). Llama la atención la nula importancia dada a la experiencia del resolutor, del mismo modo que lo hacen los profesores de educación secundaria (Felmer et al., 2015). Saadati et al.

(2018) señalan que los profesores tienen escasa consideración de los errores de los estudiantes para planificar actividades. Nuestro trabajo otorga una respuesta en el sentido que no es parte de su sistema de concepciones y creencias. Así mismo, estas concepciones y creencias pueden explicar por qué los profesores reportan un alto uso de la resolución de problemas en sus clases (Giaconi et al., 2015) aun cuando en sus clases se evidencia otra realidad (Felmer et al., 2015). Desde la perspectiva de los profesores e ideas subyacentes que justifican su actuar, efectivamente están realizando resolución de problemas. Sin embargo, se hace necesario ampliar esta visión.

En general, las creencias que dan una importancia sustantiva a las fases de resolución y a los contextos de los problemas en una enseñanza efectiva, se ve influenciada en concepciones sobre problema y resolución de problemas. Ideas como contexto, fases de resolución y presencia de algoritmos organizan creencias sobre enseñanza efectiva de la resolución de problemas. Estas concepciones y creencias no son suficientes para dar seguridad a los profesores sobre sus acciones docentes ya que manifiestan limitaciones en relación a la enseñanza de la resolución de problemas. Esta reflexión puede ser un paso para mejorar su enseñanza (O'Shea & Levy, 2013). En cualquier caso, nuestros resultados aportan información relevante para los formadores y los cursos de formación del profesorado de primaria. Si un problema ha de tener siempre un contexto, si el procedimiento de solución ha de ser desconocido, si es útil conocer la experiencia del resolutor..., deben ser temas de reflexión en cursos de grado o de formación profesional a fin de cambiar concepciones y mejorar la enseñanza.

Referencias

- Blanco, L. J. (1997). Concepciones y creencias sobre la resolución de problemas de estudiantes para profesores y nuevas propuestas curriculares. *Quadrante*, 6(2), 45-65.
- Blanco, L. J., Guerrero, E., & Caballero, A. (2013). Cognition and affect in mathematics problem solving with prospective teachers. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1-2), 335-365.
- Block, D., Martínez, P., Dávila, M., & Ramírez, M. (2001). Usos de los problemas en la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. En J. Carrillo y L. C. Contreras (Eds.), Resolución de problemas en los albores del siglo XXI: Una visión internacional desde múltiples perspectivas y niveles educativos (pp. 147-179). Huelva: Hergué.
- Cai, J. (2010). Helping elementary school students become successful mathematical problem solvers. En D. V. Lambdin y F. K. Lester (Eds.), *Teaching and learning mathematics*. *Translating research for elementary school teachers* (pp. 9-14). Charlotte, NC: NCTM.
- Castro, E., & Ruíz-Hidalgo, J. F. (2015). Matemáticas y resolución de problemas. En P. Flores y L. Rico (Eds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria* (pp. 89-108). Madrid: Pirámide.
- Chapman, O. (2009). Teachers' conceptions and use of mathematical contextual problems in Canada. En L. Verschaffel, B. Greer, W. Van Dooren y S. Mukhopadhyay (Eds.), *Words and worlds: Modelling verbal descriptions of situations* (pp. 227-244). Rotterdam, Holanda: Brill (Sense Publishers).

- Chapman, O. (2017). Mathematics teachers' ways of supporting students' learning of problem solving. En M. Stein (Ed.), *A life's time for mathematics education and problem solving* (pp.45-69). Borsdorf, Alemania: Verlag.
- Donoso, P., Rico, L., & Castro, E. (2015). Creencias y concepciones de profesores chilenos sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, 20(2), 76-97.
- Felmer, P., Perdomo-Díaz, J., Cisternas, T., Cea, F., Randolph, V., & Medel, L. (2015) La resolución de problemas en la matemática escolar y en la formación inicial docente. *Revista Estudios de Política Educativa*, *I*(1), 64-105.
- Fink, A. (2003). How to ask survey questions. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Friz, M., Panes, R., Salcedo, P., & Sanhueza, S. (2018). El proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Concepciones de los futuros profesores del sur de Chile. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 20(1), 59-68.
- Giaconi, V., Felmer, P., Peri, A., & Espinoza, C. G. (2015). Visión de los docentes respecto a sus prácticas y dificultades en la resolución de problemas. En C. Vásquez (Ed.), *Actas XIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática* (pp. 363-368). Villarrica, Chile: SOCHIEM.
- Gil, F., & Rico, L. (2003). Concepciones y creencias del profesorado de secundaria sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias*, 21(1), 27-47.
- Grbich, C. (2013). *Qualitative data analysis: An introduction* (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Handal, B. (2003). Teachers' mathematical beliefs: A review. *The Mathematics Educator*, 13(2), 47-57.
- Lesh, R., English, L., Riggs, C., & Sevis, S. (2013). Problem solving in the primary school (K-2). *The Mathematics Enthusiast*, 10(1&2), 35-60.
- Lester, F. K. (2013). Thoughts about research on mathematical problem-solving instruction. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1&2), 245-278.
- Lester, F. K., & Cai, J. (2016). Can mathematical problem solving be taught? Preliminary answers from 30 years of research. En P. Felmer, E. Pehkonen y J. Kilpatrick (Eds.), *Posing and solving mathematical problems* (pp. 117-135). Nueva York: Springer.
- Mason, J. (2016). When is a problem...? "When" is actually the problem! En P. Felmer, E. Pehkonen y J. Kilpatrick (Eds.), *Posing and solving mathematical problems* (pp. 263-285). Nueva York: Springer.
- MINEDUC (2012). *Bases curriculares Educación Básica*. Santiago, Chile: Unidad de Currículum y Evaluación.
- Moreno, M., & Azcárate, C. (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Enseñanza de las Ciencias*, 21(2), 265-280.
- Mayer, R. E., & Wittrock, M. C. (2006). Problem solving. En P. A. Alexander y P. H. Winne (Eds.), *Handbook of educational psychology* (pp. 287-303). Nueva York: Routledge.
- O'Shea, J., & Leavy, A. M. (2012). Teaching mathematical problem-solving from an

- emergent constructivist perspective: The experiences of Irish primary teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16(4), 293-318.
- Pajares, M. F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.
- Philipp, R. A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. En F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 257-318). Reston, VA: NCTM.
- Piñeiro, J. L., Castro-Rodríguez, E., & Castro, E. (2016). Resultados PISA y resolución de problemas matemáticos en los currículos de Educación Primaria. *EDMA 0-6*, 5(2), 50-64.
- Ponte, J. (1999). Teachers' beliefs and conceptions as a fundamental topic in teacher education. En K. Krainer, y F. Goffree (Eds.), *On research in teacher education. From study of teaching practices to issues in teacher education* (pp. 43-50). Osnabrück, Austria: Forschungsintitut für Mathematikdidaktik.
- Preiss, D., Larraín, A., & Valenzuela, S. (2011). Discurso y pensamiento en el aula matemática chilena. *Psykhe*, 20(2), 131-146.
- Saadati, F., Cerda, G., Giaconi, V., Reyes, C., & Felmer, P. (2019). Modeling Chilean mathematics teachers' instructional beliefs on problem solving practices. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(5), 1009-1029.
- Saadati, F., Chandia, E., & Ruíz, N. (2018). Pedagogical problem solving knowledge of Chilean mathematics teachers and instructional reflection. En D. M. Gómez (Ed.), *Proceedings of the First PME Regional Conference: South America* (pp. 129-136). Rancagua, Chile: PME.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sense making in mathematics. En D. Grows (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). Nueva York: Macmillan.
- Schoenfeld, A. H. (2013). Reflections on problem solving theory and practice. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1&2), 9-34.
- Schroeder, T. L., & Lester, F. K. (1989). Developing understanding in mathematics via problem solving. En P. R. Trafton y A. P. Shulte (Eds.), *New directions for elementary school mathematics*. 1989 Yearbook (pp. 31-42). Reston, VA: NCTM.
- Son, J.-W., & Lee, M. Y. (2016). Preservice teachers' conception of effective problem-solving instruction and their problem solving. En M. B. Wood, E. E. Turner, M. Civil y J. A. Eli (Eds.), *Proceedings of the 38th PME-NA* (pp. 829-836). Tucson, AZ: The University of Arizona.
- Stanic, G. M. A., & Kilpatrick, J. (1989). Historical perspective on problem solving in the mathematics curriculum. En R. I. Charles y E. A. Silver (Eds.), *Teaching and assessing of mathematical problem solving* (vol. 3, pp. 1-22). Reston, VA: NCTM.
- Stein, M. K., Boaler, J., & Silver, E. A. (2003). Teaching mathematics through problem solving. Research perspectives. En H. Schoen y R. I. Charles (Eds.), *Teaching mathematics through problem solving: Grades 6–12* (pp. 245-256). Reston, VA: NCTM.

- Thompson, A. (1992). Teacher's beliefs and conceptions: A synthesis of the research. En D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 127-146). Nueva York: Macmillan.
- Van de Walle, J. A. (2003). Designing and selecting problem-based task. En F. K. Lester y R. I. Charles (Eds.), *Teaching mathematics through problem solving: Prekindergarten-grade* 6 (pp. 67-80). Reston, VA: NCTM.
- Varas, L., Felmer, P., Gálvez, G., Lewin, R., Martínez, C., ..., & Schwarze, G. (2008). Oportunidades de preparación para enseñar matemática. *Calidad en la Educación*, 29, 64-88.
- Wilson, J. W., Fernández, M. L., & Hadaway, N. (1993). Mathematical problem solving. En P. S. Wilson (Ed.), *Research ideas for the classroom: High school mathematics* (pp. 57-78). Nueva York: MacMillan.
- Xenofontos, C., & Andrews, P. (2012). Prospective teachers' beliefs about problem-solving: Cypriot and English cultural constructions. *Research in Mathematics Education*, 14(1), 69-85.

Agradecimientos

Proyecto EDU2015-70565-P, MICINN; Beca de Doctorado en el Extranjero folio 72170314, CONICYT, a través de una Beca de Doctorado en el Extranjero.

Referencias de los autores

Juan Luis Piñeiro, Universidad de Granada (Granada). juanluis.pineiro@gmail.com Elena Castro-Rodríguez, Universidad de Granada (España). elenacastro@gmail.com Enrique Castro, Universidad de Granada (España). ecastro@gmail.com

Primary teachers' conceptions and beliefs about mathematical problems, its resolution and teaching

Juan Luis Piñeiro, Universidad de Granada Elena Castro-Rodríguez, Universidad de Granada Enrique Castro, Universidad de Granada

Teachers' actions in the classroom are strongly determined by conceptions and beliefs about the school mathematical content and the nature of its teaching. In our study we aim at deepening into conceptions and beliefs expressed by in-service primary school teachers about three related topics: i) mathematical problems, ii) problem solving process and iii) problem solving effective teaching. Since research on conceptions and beliefs mainly applies two complementary designs -survey studies and qualitative studies-, each providing different types of information, and because studies conducted on conceptions of Chilean teachers related to problem solving mostly report quantitative methods, we developed a qualitative research with inductive content analysis of written responses to questionnaires. 36 Chilean in-service primary school teachers participated. Findings reveal that the teacher's thinking about the three topics integrates traditional and contemporary elements. For example, the teachers characterized the notion of problem according to a task in which an answer is sought, which presents a certain level of difficulty and a close context to the students in the classroom. In relation to the problem solving process, the teachers highlighted the idea of phases of execution, in which strategies are applied with emphasis on finding the solution. Rather than drawing on metacognitive elements, a linear understanding of the process of solving problems is observed. The teachers' responses mainly describe effective teaching, referring to execution phases and to contexts close to students. Overall, the findings provide relevant information for mathematics educators and teacher training courses in Primary Education. Evidence of conceptions and beliefs such as mathematical problems must always have a context, or they are tasks with unknown solving procedures in advance, must be topics of reflection in undergraduate or professional training courses. In this way, the work on teachers' thinking can turn into improvement in the teaching of mathematical problem solving.