

# Introducción a ‘Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de la modelización matemática: Aproximaciones a la problemática de su diseño, implementación y análisis’

Berta Barquero, Universitat de Barcelona (España)

---

## 1. Introducción

La modelización matemática se ha convertido, en las últimas décadas, en un ámbito de investigación crucial para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Si nos centramos en la investigación y en su llegada a las aulas, los progresos sucedidos (Blum, 2015; Burkhardt, 2018) son claros en lo que se refiere a la transposición de conceptualizaciones y recomendaciones sobre la modelización matemática y su enseñanza a las realidades escolares en los distintos niveles educativos. A pesar de estos desarrollos, siguen abiertas muchas cuestiones que afectan a ambas realidades, investigación y práctica, como, por ejemplo, las dificultades de difusión y pervivencia de la modelización en las aulas, los retos para su evaluación, las dificultades de su gestión en aula y la necesaria formación del profesorado (Carreira et al., 2019).

En el ámbito de investigación, han aparecido en las últimas décadas múltiples marcos teóricos para abordar la problemática de enseñanza y aprendizaje de la modelización matemática. Buen ejemplo de ello son los dos números especiales en *ZDM* (2006(2-3), 2018(1-2)) sobre esta temática. A menudo, ha surgido interés en clarificar y conectar los distintos enfoques teóricos para describir, diseñar y analizar actividades de modelización (Kaiser & Sriraman, 2006). Frente a la diversidad, se hace necesario explicitar cómo se conceptualiza la modelización matemática en un marco de investigación concreto, y cómo se formulan los problemas de investigación tratados y la metodología seguida para el diseño y el análisis de prácticas escolares.

La idea de este número monográfico parte del seminario de investigación ‘Una perspectiva internacional sobre la enseñanza y el aprendizaje de la modelización matemática’ en el XXIII Simposio de la SEIEM. En aquel encuentro, se debatió el estado actual de la investigación en distintos países (Alemania, España y Portugal), y se aportó una visión sobre la evolución de la investigación en Europa en los últimos años. Como extensión del seminario, este número presenta una perspectiva internacional de la investigación sobre la enseñanza y aprendizaje de la modelización matemática con avances desde distintas aproximaciones teóricas y metodológicas, y presentando propuestas de diseño e implementación de prácticas docentes y de formación del profesorado para la enseñanza de la modelización matemática.

El número se compone de siete artículos, que pueden agruparse en tres bloques temáticos. Aunque no son independientes entre ellos, esta estructura puede facilitar su lectura. El primer bloque presenta una panorámica de principios teóricos y metodológicos para el diseño y análisis de actividades de modelización desde varios marcos teóricos: el marco del ciclo de modelización y de la competencia de modelización; la perspectiva de los modelos y la modelización; la teoría antropológica de lo didáctico; y la teoría cultural-histórica de la actividad. El segundo bloque trata de la interacción que la modelización matemática puede establecer con otros procesos, como la experimentación, la simulación o la resolución de problemas. El tercer bloque concluye con una reflexión sobre el impacto de situarse en un cierto marco teórico y,

con ello, asumir una forma de interpretar la modelización matemática, con sus principios de diseño de actividades de modelización y sus herramientas de análisis.

## 2. Organización y presentación de los trabajos del monográfico

El primer bloque comienza con el trabajo de los investigadores Jonas Bergman Årlebäck (University of Linköping) y Helen M. Doerr (Syracuse University) quienes se sitúan en el marco teórico de ‘models and modelling perspective’. El objetivo central de su investigación es desarrollar diseños de *secuencias de desarrollo de modelos* para ser implementadas en las aulas y usar estas secuencias como herramientas para que los docentes puedan guiar la actividad de los estudiantes en la construcción de los modelos. En particular, nos muestran el diseño e implementación de una secuencia de desarrollo de modelos sobre cómo cambia la intensidad de la luz con respecto a la distancia de una fuente de luz. A partir de esta experiencia, se analiza el papel que juega, para el docente, el diseño de la secuencia de desarrollo de modelos y las estrategias para la gestión en aula, proponiendo herramientas para guiar a los estudiantes en el desarrollo de modelos, de descriptivos hacia explicativos.

El trabajo de Ignasi Florensa (Escola Universitària Salesiana de Sarrià –UAB), Javier García (Universidad de Jaén) y Gemma Sala (Universitat de Barcelona), se sustenta en la teoría antropológica de lo didáctico. Se presenta cómo se concibe la modelización matemática desde este marco teórico y la propuesta de los *recorridos de estudio e investigación* (REI) como dispositivos didáctico-matemáticos para la enseñanza de la modelización. Este trabajo analiza tres REIs diseñados y experimentados en tres niveles educativos, Infantil, Secundaria y Universidad, a fin de proveer un análisis “ecológico” de la modelización matemática. Esto lleva a los autores a analizar condiciones que favorecen y restricciones que limitan el desarrollo de la actividad de modelización matemática en los contextos de experimentación. Se presta atención especial a restricciones persistentes a los cambios de institución escolar y, por el contrario, a condiciones que han favorecido el desarrollo de la modelización.

El trabajo de Gilbert Greebrath (University of Muenster) se sitúa en la perspectiva teórica del *ciclo de modelización y la competencia de modelización*, ampliamente usada en el ámbito de investigación en modelización y aplicaciones. Su trabajo describe las actuales líneas de investigación desde esta perspectiva teórica, ejemplificándolo con investigaciones desarrolladas principalmente por la comunidad alemana. En su trabajo se puede ver cómo, a partir de la caracterización del ciclo de modelización y de la competencia de modelización, los esfuerzos se han centrado en dos líneas de investigación. La primera se focaliza en cómo promover la competencia de modelización en la práctica del aula con los estudiantes y a través de la formación del profesorado; la segunda, en el diseño de instrumentos y técnicas de análisis para la cuantificación del desarrollo de la competencia de modelización por parte de los estudiantes o de la competencia profesional para la enseñanza de la modelización.

Pauline Vos (University of Agder) y Peter Frejd (University of Linköping) investigan hasta qué punto un grupo de estudiantes de secundaria son capaces de describir y usar los diagramas Sankey, como objetos en sí mismos y/o como herramientas para modelizar y estudiar cuestiones extra-matemáticas. Su trabajo presenta el análisis del trabajo de este grupo ante varios proyectos de modelización que establecen vínculos entre las matemáticas escolares y el estudio de fenómenos demográficos o económicos de su región. Su aproximación a la modelización, basada en la teoría cultural-histórica de la actividad (CHAT), define la *dualidad objeto-*

*herramienta*, que persigue combinar la visión de las matemáticas como conjunto de objetos y como conjunto de herramientas. Se concluye que es necesario priorizar una enseñanza de las matemáticas que anteponga la vertiente herramienta, a la de objeto, para aumentar la relevancia que los estudiantes dan a la matemática.

Tras este primer bloque sobre marcos teóricos, el segundo bloque analiza el contacto de la modelización matemática con otros procesos. El primer trabajo, de Susana Carreira (University of Algarve & UIDEF), Ana Margarida Baioa (Grupo de Escuelas D. Manuel I) y Lourdes Maria Werle de Almeida (State University of Londrina), examina cómo influye la experimentación y la simulación en la producción de significado durante un proceso de modelización. Se proponen herramientas que permiten una mirada conjunta del proceso de modelización junto con el proceso de creación de prototipos, entre los cuales aparecen experimentación y simulación como elementos relevantes en la producción de significado por parte de los estudiantes. El trabajo presenta el análisis de sendas experimentaciones realizadas en Portugal y Brasil, en Secundaria y Universidad, de un proyecto sobre el reconocimiento biométrico de la mano. La multiplicidad de contextos experimentales permite detectar similitudes y diferencias entre las formas de abordar el proyecto, los modelos desarrollados y la influencia de la experimentación y simulación en dar significado.

Por su parte, Irene Ferrando y Carlos Segura (Universitat de València) indagan sobre cómo fomentar la flexibilidad y la adaptabilidad en la resolución de problemas a través de una secuencia de tareas de modelización matemática. La investigación cabalga entre dos realidades conexas, la resolución de problemas y la modelización matemática, y los lleva a analizar planes y estrategias de resolución que desarrollan los estudiantes del Grado de Maestro/a de Primaria para resolver tareas de modelización. El tipo de tareas de modelización escogido es una secuencia de cuatro problemas de Fermi, para los cuales se parte de un análisis previo de categorización de los planes y estrategias de resolución de esta secuencia de tareas. El análisis de las respuestas de los maestros en formación, que combina elementos cualitativos y cuantitativos, permite mostrar cómo la secuencia concreta de tareas de modelización propuesta promueve la flexibilidad inter-tarea, intra-tarea y la adaptabilidad de los planes de resolución.

Por último, el tercer bloque incluye un único artículo, donde Berta Barquero (Universitat de Barcelona) y Britta Eyrich Jessen (University of Copenhagen) discuten sobre cómo la adopción de un marco teórico concreto incide en el diseño de tareas en el ámbito de investigación de modelización y aplicaciones. Se destaca la existencia de distintos modelos epistemológicos de referencia, que se construyen desde la investigación, para tratar problemáticas relativas a la enseñanza y aprendizaje de la modelización matemática. A partir del análisis de tres estudios de caso relativos a tres enfoques teóricos, se analiza el impacto que estos modelos epistemológicos de referencia tienen en la toma de decisiones sobre diseño e implementación de tareas de modelización. Los casos ilustran la dialéctica entre las hipótesis teóricas, adoptadas en un marco teórico y los principios de diseño de las actividades de modelización.

En resumen, este número monográfico presenta una muestra de trabajos variada (tanto geográfica como teóricamente), que combinan aportaciones teóricas y metodológicas, con el diseño y análisis de implementaciones en distintos niveles y contextos escolares. Esperamos que este número aporte una visión de avances actuales en la investigación sobre modelización matemática y que sirva de estímulo para seguir avanzando en un diálogo fecundo entre investigación, práctica de aula y formación del profesorado, para fortalecer la enseñanza y aprendizaje de la modelización.

### **Agradecimientos**

A los autores y revisores que han participado en la preparación del monográfico, por su excelente trabajo; así como a la editora de la revista por la oportunidad y ayuda.

### **Referencias**

- Blum, W. (2015). Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do? En S. J. Cho (Ed.), *Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Congress on Mathematical Education* (pp. 73–96). Cham, Suiza: Springer.
- Burkhardt, H. (2018). Ways to teach modelling. A 50 year study. *ZDM Mathematics Education*, 50(1-2), 61-75.
- Carreira, S., Barquero, B., Kaiser, G., & Cooper, J. (2019). Introducing CERME's Thematic Working Group 6 – Applications and Modelling. *Newsletter of the European Mathematical Society*, 111, 48–49.
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modeling in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, 38(3), 302–310.