

Calibración, autoconcepto y competencia matemática

César Sáenz, Universidad Autónoma de Madrid (España)

Gustavo Bruno, Universidad Autónoma de Madrid (España)

Recibido el 10 de diciembre de 2016; aceptado el 5 de junio de 2017

Calibración, autoconcepto y competencia matemática

Resumen

En este trabajo estudiamos las relaciones entre factores cognitivos (competencia matemática), metacognitivos (calibración) y afectivos (autoconcepto matemático) en la práctica matemática de estudiantes para maestro. Para ello hacemos converger, teórica y empíricamente, dos líneas de investigación separadas hasta ahora en la investigación en educación matemática: el paradigma de calibración y los estudios sobre cognición y afecto. Encontramos una correlación significativa entre las variables competencia matemática y calibración de los estudiantes para maestro, y entre calibración y autoconcepto matemático. No encontramos correlación significativa entre competencia matemática y autoconcepto. Acabamos con implicaciones para la formación de futuros maestros.

Palabras clave. Calibración; autoconcepto; competencia matemática; tareas PISA; futuros maestros.

Calibragem, autoconceito e alfabetização matemática

Resumo

Neste trabalho estudam-se as relações entre fatores cognitivos (alfabetização matemática), metacognitivos (calibración) e afetivos (autoconceito matemático) na prática matemática de estudantes de magisterio. Para isso se fazem convergir, teórica e empíricamente, duas linhas de investigação separadas até agora na literatura de investigação em educação matemática: o paradigma de calibración e os estudos sobre cognición e afeto. Encontramos uma correlação significativa entre as variáveis alfabetização matemática e calibración dos estudantes de magisterio, e entre calibración e autoconceito matemático. Não houve correlação significativa entre alfabetização matemática e autoconceito. Extraem-se consequências para a formação dos futuros maestros.

Palavras chave. Calibragem; autoconceito; alfabetização matemática; tarefas PISA; futuros professores.

Calibration, self-concept and mathematical competence

Abstract

In this article, we study the relationship between cognitive factors (mathematical competence), metacognitive factors (calibration) and affective factors (self-concept in mathematics) in the mathematical practice of student teachers. For this purpose, we attempt to relate, theoretically and empirically, two lines of research that has been dealt in isolation in the literature of the field: the calibration paradigm and the cognitive and affective studies. We found a significant correlation between the mathematical competence and calibration variables of student teachers, and also between calibration and mathematical self-concept variables. We did not find, however, a significant

Para citar: Sáenz, C. y Bruno, G. (2018). Calibración, autoconcepto y competencia matemática. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, n° 14, 1-14.

correlation between mathematical competence and self-concept. On this basis, we draw some implications for the education of future mathematics teachers.

Keywords. Calibration, self-concept, mathematical competence, PISA task, future teachers.

Calibrage, autoconcept et compétence mathématique

Résumé

Dans cet article on étudie la relation entre facteurs cognitifs (compétence mathématique), metacognitifs (calibrage) et affectifs (autoconcept mathématique), dans la pratique mathématique des futures enseignants du primaire. On fait converger, théoriquement et empiriquement, deux lignes d'investigation séparé au moment dans la littérature de recherche dans didactique des mathématiques: le paradigme de calibrage et les études sur cognition et affect. Nous trouvons une significative corrélation entre les variables de compétence mathématique et de calibrage des futures enseignants, et entre calibrage et autoconcept mathématique. Nous ne trouvons pas une corrélation significative entre compétence et autoconcept. On extrait des conséquences pur la formation des futures enseignants.

Paroles clés. Calibrage, autoconcept, compétence mathématique, PISA, futures enseignants.

1. Introducción

En el *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (Grows, 1992), los estudios teóricos y empíricos sobre relaciones entre factores afectivos y aprendizaje matemático ya se presentan como tema monográfico de investigación. A lo largo de estas décadas, se han puesto de manifiesto varios factores de la complejidad de la investigación en esta temática, tales como la delimitación precisa de las categorías básicas de afecto (a saber, emociones, actitudes, creencias y valores) o la necesidad de marcos teóricos específicos para examinar cuestiones sobre el afecto. A esto cabe añadir las muchas cuestiones que siguen abiertas, en concreto sobre la profundización en la interacción entre cognición y afecto y sobre el estudio de la identidad y del afecto en el contexto del desarrollo profesional del profesor.

El trabajo que presentamos tiene que ver con algunas de estas cuestiones abiertas y forma parte de una investigación más amplia desarrollada en seis universidades españolas con el objetivo de analizar los perfiles competenciales matemáticos de estudiantes de magisterio, considerando una estructura tridimensional (dimensiones profesional, cognitiva y afectivo-emocional) y buscando mejorar su formación inicial como profesionales docentes. Informes de distintos aspectos de esta investigación pueden encontrarse en Hidalgo, Maroto y Palacios (2011), Marbán, Ortega y de la Torre (2011) y de la Torre, Martín y Ortega (2013).

Ahora aportamos una nueva variable de tipo metacognitivo que denominamos calibración. La investigación sobre el paradigma de la calibración incluye un conjunto de trabajos en distintos campos profesionales en principio no matemáticos, de carácter esencialmente empírico y que tratan de responder a la siguiente pregunta: ¿Sabe la gente cuánto sabe? Característicos de tales trabajos son conceptos como el de sesgo, sobreconfianza y probabilidad subjetiva. Esta línea de investigación emerge con fuerza en los años 70 y 80 del siglo pasado, formando parte del programa de investigación en heurísticos y sesgos del pensamiento humano en situación de incertidumbre (Kahneman, Slovic & Tversky, 1982). La calibración se refiere a la medida en que las probabilidades subjetivas que estima un sujeto sobre un suceso coinciden con la proporción de veces que empíricamente ocurre. Imaginemos 10 exámenes en los que

un alumno pronosticó una probabilidad subjetiva de aprobar del 80%; si los juicios de ese alumno estuviesen perfectamente calibrados, aprobaría 8 de esos 10 exámenes.

La cuestión clave inicial que plantean los estudios sobre calibración es si calibran mejor aquellos que conocen mejor los contenidos de una materia. Lichtenstein y Fischhoff (1980) hallaron que la relación entre el conocimiento de los sujetos y su calibración no era lineal. Más bien, se producía un patrón según el cual cuando alguien es lego en una materia tiende a sobrevalorar lo que sabe. Esa sobreconfianza en principio disminuye a medida que se conoce más, con lo cual mejora la calibración. Esto es así hasta llegar a un punto de conocimiento en el que se comienza a infravalorar lo que se sabe, por lo que la calibración empeora.

El paradigma de la calibración, entre otras aportaciones, ha generado abundante evidencia experimental sobre distorsiones sistemáticas de la estimación subjetiva de éxito, en relación al rendimiento objetivo alcanzado. Para estudiar el funcionamiento de tales distorsiones se ha propuesto un modelo general de calibración que surge de la convergencia o divergencia entre éxito subjetivo y objetivo de una persona en la realización de una tarea específica (Klayman, Soll, Gonzalez-Vallejo & Barlas, 1999) y que se ha aplicado también a tareas de razonamiento matemático (Macbeth, 2009).

Consideramos que el análisis de los factores afectivos es especialmente relevante en los estudiantes de magisterio. En su futura función docente como maestros, no se van a limitar a reproducir de forma aséptica el currículo que emane de los decretos correspondientes, ni siquiera aunque lo intenten, pues sus emociones, actitudes, creencias y teorías sobre qué son y cómo se enseñan las matemáticas van a estar presentes en todo momento. Pese a la existencia de trabajos relevantes relacionados con los afectos matemáticos en la formación y desarrollo profesional del maestro (Barrantes & Blanco, 2006; Hernández, Palarea & Socas, 2001), esta investigación supone una proporción más bien pequeña en comparación con los trabajos realizados en otras áreas o bien con alumnos de Primaria, Secundaria y Bachillerato.

Nuestro proyecto pretende aportar un punto de vista multidimensional en el que lo cognitivo (conocimientos, destrezas, competencias), lo metacognitivo (calibración) y lo afectivo (autoconcepto) se entrelazan como explicación más ajustada a la realidad de cómo se forma el futuro profesor. Dentro del mundo del afecto, ponemos el foco en el autoconcepto matemático porque es un factor afectivo que investigaciones anteriores relacionan con la calibración (Macbeth et al., 2010). En definitiva, tratamos de comprender cómo estos factores determinan la práctica matemática de los maestros en formación bajo la idea de que, entendiendo este proceso, podremos mejorar el desarrollo profesional de futuros maestros y la enseñanza de las matemáticas. Para comenzar, delimitamos dichos conceptos dentro de sus respectivos marcos teóricos.

2. Éxito subjetivo, éxito objetivo y calibración

Klayman et al. (1999) definen los sesgos de la calibración como distorsiones cognitivas de la estimación subjetiva de éxito en comparación con el éxito real obtenido por una persona en una serie de tareas. Oskamp (1965) definió la calibración (C) como discrepancia empírica entre éxito subjetivo (E) y éxito objetivo (O). Así, C se obtiene de restar O de E , de modo que el sesgo de sobreconfianza se observa cuando C es una puntuación positiva, $E > O$. El sesgo de infraconfianza se observa cuando C resulta negativa, por lo que el éxito subjetivo es menor que el objetivo, $E < O$. La persona se encuentra bien calibrada en ausencia de sesgos (Armor & Taylor, 2002).

Al inicio hemos señalado nuestra concepción de la confianza o calibración como proceso metacognitivo. Fernández-Duque y Black (2007) explican que un proceso mental es metacognitivo si es recursivo, esto es, si procesa información del sistema de procesamiento mediante monitorización y control. Dado que la estimación subjetiva de éxito E se alimenta de la información que el sistema cognitivo posee respecto del éxito objetivo O , sostenemos que la calibración es un proceso metacognitivo.

La revisión del estado actual de conocimientos sobre el tema sugiere que el efecto de sobreconfianza depende del cumplimiento de una serie de condiciones vinculadas a variables de la tarea, del sujeto y del diseño experimental que se aplica para medir la calibración (Macbeth, Razumiejczyk, Ledesma, López Alonso & Cortada de Kohan, 2008). Con respecto a la dificultad de la tarea, varios estudios señalan que las tareas de gran demanda cognitiva hacen más extrema la sobreconfianza, mientras que las tareas relativamente fáciles la vuelven débil hasta disolver la sobreestimación e incluso transformarla en subestimación. Este fenómeno doble en el que la calibración cambia de signo en función de la demanda cognitiva de la tarea se conoce como efecto difícil-fácil (Juslin, Winman & Olsson, 2000).

A su vez, la representatividad ecológica de las tareas es una limitación básica para la ocurrencia de los sesgos de la calibración. Se espera buena calibración cuando las tareas experimentales son representativas respecto del universo de las tareas del mismo tipo que los participantes encuentran en su interacción habitual con el ambiente al que están adaptados (Juslin et al., 2000). Si las tareas experimentales, en cambio, no son representativas del ambiente cotidiano de los participantes, entonces se espera encontrar sobreconfianza o subconfianza en función de la demanda cognitiva de los ítems de la prueba tal como lo pronostica el efecto difícil-fácil.

En relación a la variable de sujeto, Macbeth et al. (2006), al aplicar un test de conocimientos generales bastante difícil y comparar los puntajes obtenidos por los sujetos con su estimación, no hallaron diferencias significativas, es decir, no hallaron sobreconfianza. Sin embargo, cuando separaron el grupo de sujetos en dos subgrupos según resultados muy buenos y resultados muy bajos, encontraron que los sujetos de muy bajo rendimiento *sobreestimaban* sus resultados (sobreconfianza) mientras que los de alto rendimiento subestimaron los suyos. Estos autores afirman de sus resultados que eran provisionales y que deberían seguir trabajando en el tema, ampliando la cantidad de sujetos de las muestras y usando otros instrumentos de medición.

3. Competencia matemática

Macbeth (2009) estudia los sesgos de calibración en la resolución de problemas matemáticos. Encuentra que el desarrollo de la competencia matemática no elimina sistemáticamente la ocurrencia del sesgo de sobreconfianza pero ofrece oportunidades de entrenar la estimación subjetiva de éxito E , aunque no de manera directa.

En nuestro estudio, que busca relacionar la competencia con la calibración y el autoconcepto matemático, utilizamos la noción de competencia matemática que se establece en el Programa PISA de la OCDE. Como explica Rico (2005), del proceso de hacer matemáticas que conocemos como matematización se derivan 7 competencias específicas que están en la base del diseño de las tareas PISA: pensar y razonar, argumentar, comunicar, modelar, plantear y resolver problemas, representar y utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico. La razón de nuestra elección radica en que el marco PISA hace operativa la noción de competencia matemática de manera clara y diseña instrumentos de evaluación de dicha competencia que se han impuesto como

estándares en varios sistemas educativos de nuestro entorno. Rico (2005) señala que una de las fortalezas del modelo PISA es la coherencia entre el dominio que se pretende evaluar y los instrumentos mediante los que se lleva a cabo la evaluación. En concreto, el nivel de complejidad cognitiva (reproducción, conexiones o reflexión) y la escala de dificultad empírica que para cada ítem establece PISA, van a ser medidas útiles al abordar los fenómenos de calibración de los sujetos enfrentados a esas tareas.

No cabe duda de que los resultados de PISA suponen un reto para el currículo y las metodologías de formación del profesorado de enseñanza obligatoria, tal como reconocieron los 55 expertos reunidos en el Seminario “Matemáticas: PISA en la práctica” (Gómez-Chacón, 2006). PISA define una forma de competencia matemática que exige un conocimiento de las matemáticas que va más allá del dominio de las técnicas matemáticas que tradicionalmente se han enseñado en los centros escolares. En efecto, el marco teórico de PISA se centra en los procesos asociados al planteamiento de problemas en contextos reales, procurando que dichos problemas adopten una forma apta para la aplicación de métodos matemáticos, que se utilice el conocimiento matemático para resolverlos y que se evalúe su solución en el contexto del problema original (OCDE, 2005).

En una investigación anterior evaluamos la competencia matemática (en el sentido de PISA) de estudiantes de magisterio como base de una posible práctica docente. Nos preguntamos si los profesores tienen la competencia matemática que deben ayudar a desarrollar en sus futuros alumnos. Encontramos un perfil bajo de rendimiento con un porcentaje medio de respuestas correctas de un 64%, donde en la mayoría de ítems (17 de 31) los estudiantes de magisterio no superan significativamente el porcentaje de aciertos de los alumnos de 15 años. Una cuestión preocupante es la caída en el rendimiento cuando aumenta el nivel de complejidad de los ítems. Los maestros en formación que tienen un rendimiento del 78% de aciertos en tareas que exigen competencias de reproducción apenas pasan del 50% en tareas de conexiones y reflexión. En este mismo sentido se puede interpretar el dato de que solo un porcentaje muy pequeño de futuros maestros (11%) alcanza un nivel de competencia alta, definida esa categoría en base no sólo a un rendimiento alto en la prueba global de matemáticas sino también a un rendimiento alto en las cuestiones de mayor dificultad.

4. Afectos en los estudiantes de magisterio y autoconcepto matemático

Asistimos a un incremento de estudios en lo que se llama dominio *afectivo* o *alfabetización emocional matemática* (capacidad de conocernos a nosotros mismos, atribuciones de causalidad, perseverancia en el empeño y ante la dificultad, control de ansiedad, autoconcepto, regulación emocional, aburrimiento, etc.). La investigación parece confirmar la idea de mutua dependencia entre factores cognitivos y emocionales en la formación de la identidad del futuro maestro de matemáticas.

Poulou (2007) considera de interés para el devenir del futuro maestro la existencia de creencias de autoeficacia y percepción de capacidad en cualquier materia y especialmente las matemáticas (percibidas como más difíciles). Sugiere que un factor de gran importancia en la formación del futuro maestro es la toma de conciencia de estilos docentes y de la *conciencia emocional* (autoeficacia percibida, autoconcepto profesional, motivación, etc.) a través del *feedback* o retroalimentación que puede recibir en la formación así como de las posibles estrategias de autoevaluación y evaluación en los programas de las instituciones educativas. Estos factores de eficacia

profesional parecen correlacionar significativamente con las actitudes hacia el cambio o la implementación de planes de innovación en matemáticas.

Otro campo interesante de trabajo en el tema que nos ocupa es el análisis de las actitudes matemáticas en los futuros docentes. En este sentido, Abraira y González (1995) encuentran un escaso agrado por la materia en estos futuros maestros, aunque la consideran importante. En cuanto a la “cantidad” de matemáticas que debería figurar en la carrera de Magisterio, la mayoría considera que debería dejarla para los que fuesen a enseñar matemáticas. Además, a la hora de atribuir la causa de su actitud hacia las matemáticas, casi la mitad considera que su actitud se debe a la dificultad intrínseca de las matemáticas y la otra mitad al método seguido por los profesores. Por el contrario, Caballero y Blanco (2007) encuentran que los futuros maestros consideran útiles las matemáticas tanto para la vida como para comprender mejor otras disciplinas pero no las consideran aburridas, ni difíciles, ni alejadas de la realidad, ni mecánicas, ni memorísticas. Además, su formación en magisterio ha modificado su percepción sobre las matemáticas y las valoran mejor que antes de comenzar sus estudios. Idea recogida por Hodgen y Askew (2007), quienes señalan las dificultades que tienen los futuros maestros en matemáticas que, además de arrastrar en muchos casos lagunas en conocimientos, sienten también emociones negativas hacia las matemáticas, lo que dificulta la búsqueda de una identidad asentada necesaria para el correcto ejercicio de la profesión. Estas emociones pueden ser controladas pues, según los autores, son, si no del todo modificables sí maleables en los periodos de su formación como docentes.

Escolano, Gairín, Jiménez, Murillo y Roncal (2011) analizan la relación entre la competencia matemática de los estudiantes de magisterio (medida con una prueba compuesta por ítems PISA) y su perfil emocional y creencias sobre el desempeño docente. Consideran que la clarificación de esta relación es un factor clave para proponer un plan de formación que capacite a los futuros maestros para una práctica docente eficaz y equilibrada entre el dominio afectivo y el cognitivo.

El tema no es baladí. Los datos del Informe PISA 2012 (www.mecd.gob.es/inee) relativos a los factores emocionales relacionados con las matemáticas sitúan a nuestro país en posición desfavorable y no mejoran los relacionados con los conocimientos. Igualmente, cuando se analizan las actitudes hacia las matemáticas en comparación con el resto de nuestro entorno, los resultados, cuando menos, son preocupantes: somos uno de los países con una mayor tasa de ansiedad frente a las matemáticas y donde los alumnos declaran menor percepción de autoeficacia matemática.

Hemos dicho que dentro del amplio campo de los factores afectivos, en nuestro estudio vamos a centrarnos en el autoconcepto matemático de nuestros futuros maestros. Y esto se justifica porque se ha sugerido en diversos estudios que la ocurrencia generalizada de la sobreconfianza puede explicarse en relación con la autoestima (Koehler et al., 2002). Se considera que las personas sobreconfiadas se valoran a sí mismas en exceso, por lo cual su estimación subjetiva de éxito tiende a ser mayor que su éxito objetivo. Esta conjetura ha resultado parcialmente respaldada por la evidencia obtenida en estudios de calibración con personas diagnosticadas con trastornos asociados a la reducción de la autoestima tienden a presentar calibraciones libres de sesgo (Dar, Rish, Hermesh, Taub & Fux, 2000). Según esta conjetura, resulta razonable pronosticar una correlación sistemática, significativa y directa, entre calibración y autoestima. En coherencia con este contexto, interesa al presente estudio poner a prueba tal supuesto en el dominio de la competencia matemática.

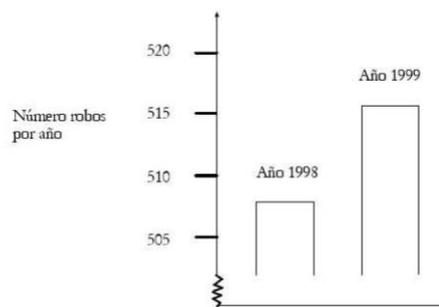
5. Objetivos y diseño del estudio

A la luz de las consideraciones teóricas y de los antecedentes, planteamos como objetivo general determinar la competencia matemática de estudiantes del Grado de Maestro en relación a las dimensiones cognitiva, metacognitiva y afectiva. Para ello, articulamos dos líneas de investigación separadas hasta ahora en la literatura de investigación del campo: el paradigma de calibración y los estudios sobre cognición y afecto. Adoptamos tres objetivos para analizar la relación entre (i) competencia matemática y calibración de futuros maestros, atendiendo a variables de tarea y de sujeto; (ii) competencia matemática y autoconcepto matemático; (iii) calibración en tareas matemáticas y autoconcepto matemático.

Participaron 91 estudiantes del Grado de Maestro de Primaria de la Universidad Autónoma de Madrid. La muestra fue no probabilística de tipo incidental con la participación voluntaria de alumnos. Se administró una prueba de competencia matemática con 6 ítems liberados de la Prueba PISA 2003. Esta prueba fue validada y utilizada en investigaciones anteriores (Escolano et al., 2011). La respuesta a cada ítem se calificó como correcta o incorrecta atendiendo a los criterios de evaluación en PISA. La suma de respuestas correctas (ponderadas en una escala 0-10) proporcionó la medida de éxito objetivo en la prueba. Además de resolver cada ítem, el estudiante debía dar la confianza en la corrección de su respuesta, en una escala de 0 a 10. La media de las puntuaciones de confianza proporcionó una medida del éxito subjetivo en la prueba. La calibración de cada estudiante se obtuvo como la diferencia *E-O*.

Un presentador de TV mostró este gráfico y dijo:

"El gráfico muestra que hay un enorme aumento del número de robos comparando 1998 con 1999".



¿Consideras que la afirmación del presentador es una interpretación razonable del gráfico? Da una explicación que fundamente tu respuesta.

Figura 1. Ejemplo de los ítems de las pruebas PISA trabajadas

La Figura 1 presenta como ejemplo uno de los 6 ítems que conforma la prueba. Es una tarea clasificada como de segundo nivel de complejidad cognitiva (conexiones) y de dificultad 6 (esta puntuación resulta de un modelo de respuesta al ítem expresado en una escala de media 500 y desviación típica 100 donde el valor 500 corresponde a la media de los países de la OCDE. El rango de puntuaciones se divide en seis niveles de dificultad creciente). En la misma ficha para los estudiantes, se añade lo siguiente:

Grado de confianza en la corrección de tu respuesta: _____
(El grado de confianza se expresa en una puntuación de 0 a 10)

Por último, los estudiantes respondieron a un cuestionario sobre el autoconcepto matemático, testado y utilizado en Hidalgo et al. (2008, 2011) y en de la Torre et al. (2013). El instrumento es una escala de tipo sumativo (conjunto de ítems, todos considerados de igual valor de actitud). En cada ítem, el estudiante responde según el grado de acuerdo con el enunciado en una escala tipo Likert de cinco grados de

intensidad (de 0 a 4). La media de los puntos de cada ítem proporcionó una puntuación total de cada estudiante en autoconcepto matemático (Tabla 1).

Tabla 1. Instrumento de medida del factor autoconcepto matemático

Nombre	Objetivo	Escala	Ejemplos de ítem
Cuestionario sobre autoconcepto matemático (AU)	Conocer el sentimiento de confianza que provocan las matemáticas en el estudiante: sentirse capaz de entenderlas, sacar buenas notas, resolver problemas, llegar a ser buen alumno/profesor de matemáticas	Likert de cinco opciones	Las matemáticas se me dan bastante bien. Puedo aprender matemáticas. Me siento inseguro cuando hago problemas de matemáticas

6. Análisis de resultados según los tres objetivos

En cuanto a la relación entre competencia matemática y calibración, las variables *éxito objetivo* y *calibración* de cada sujeto correlacionan negativa y significativamente ($r = -0,69$, correlación significativa al nivel 0,01). Por tanto, encontramos que a mayor competencia matemática (medida por la prueba PISA) corresponde menor puntuación en la medida de calibración y viceversa (Figura 2).

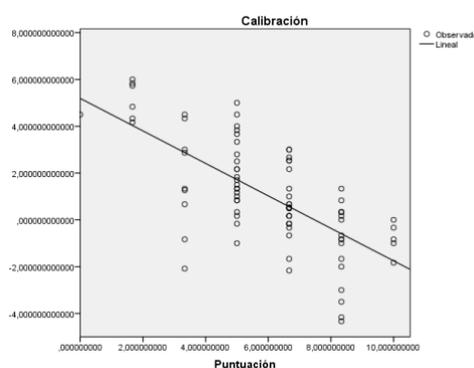


Figura 2. Puntuación objetiva vs. calibración por estudiante

Expresado en términos de sobreconfianza e infraconfianza, vemos que a menor rendimiento matemático se encuentra mayor sobreconfianza y a medida que aumenta el rendimiento disminuye la sobreconfianza. Pero, ¿qué ocurre con la infraconfianza? Para profundizar en esta cuestión establecemos una variable de sujeto distinguiendo entre sujetos de alto rendimiento (AC: puntuación superior a 8 en la prueba PISA) y de bajo rendimiento (BC: puntuación inferior a 5) (Tabla 2) (Macbeth et al., 2006).

Tabla 2. Resultados de sujetos de alto rendimiento (AC) y bajo rendimiento (BC).
N=cantidad de sujetos de la categoría; Media=nota media de los sujetos de la categoría.

	Categoría	N	Media
Puntuación	BC	42	3,97
	AC	25	8,73
Calibración	BC	42	2,44
	AC	25	-1,03

En una prueba T para la igualdad de medias, hay diferencias significativas (al nivel 0,01) en las medias de calibración de sujetos de bajo y alto rendimiento matemático, de modo que los primeros muestran un sesgo de sobreconfianza y los segundos uno de infraconfianza de menor magnitud (la medida 0 constituye la calibración perfecta).

Atendiendo al estado actual de las investigaciones sobre calibración, nos planteamos analizar la relación entre calibración y competencia matemática según variables de tarea. Hemos clasificado los ítems de la prueba matemática en fáciles y difíciles, de acuerdo a los parámetros establecidos en la evaluación PISA: nivel de complejidad teórica del ítem (con las categorías de reproducción, conexiones y reflexión) y su nivel de dificultad empírica (con su clasificación en 6 niveles).

La Tabla 3 aporta las medias de las puntuaciones de éxito objetivo y subjetivo para los ítems fáciles y difíciles. Realizada una prueba de muestras relacionadas hemos encontrado que en los ítems fáciles la diferencia entre el éxito subjetivo y el éxito objetivo no es estadísticamente significativa (al nivel 0,01), es decir, no podemos rechazar la hipótesis de que en los ítems fáciles hay calibración perfecta. Sin embargo, en los ítems difíciles, la diferencia entre el éxito subjetivo y el éxito objetivo es estadísticamente significativa (al nivel 0,01) y además esta diferencia es positiva, con lo cual concluimos que en los ítems difíciles se produce el sesgo de sobreconfianza.

Tabla 3. *Éxito objetivo y éxito subjetivo en ítems fáciles y difíciles*

		Media
Ítems fáciles	Éxito objetivo	7,62
	Éxito subjetivo	7,29
Ítems difíciles	Éxito objetivo	3,54
	Éxito subjetivo	6,59

En cuanto a la relación entre competencia matemática y autoconcepto matemático, el correspondiente estudio de correlación señala que no existe correlación significativa entre competencia matemática y autoconcepto, esto es, una puntuación alta (baja) en la escala del autoconcepto matemático no correlaciona con una puntuación alta (baja) en la prueba matemática. La Figura 3 ilustra este resultado.

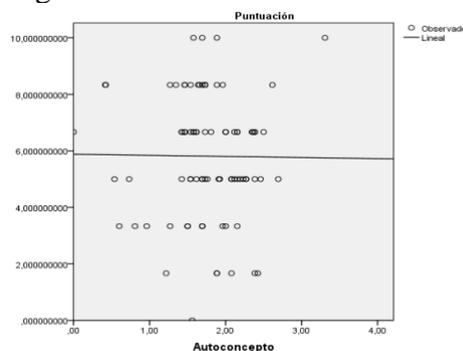


Figura 3. Autoconcepto vs puntuación objetiva por estudiante

Por último, en cuanto a la relación entre calibración y autoconcepto matemático, se observa una correlación positiva (al nivel 0,05). Puesto que anteriormente hemos encontrado que autoconcepto no correlaciona significativamente con competencia matemática (éxito objetivo) y dado que la calibración mide la diferencia entre éxito objetivo y subjetivo, parece oportuno estudiar la correlación entre éxito subjetivo y autoconcepto. Encontramos que esta correlación es significativa al nivel 0,01; es decir, a mayor/menor autoconcepto matemático mayor/menor confianza en la corrección de las respuestas en la prueba matemática. Representamos este resultado en la Figura 4.

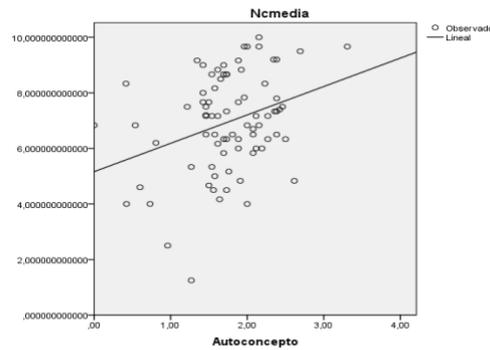


Figura 4. Autoconcepto vs. nivel de confianza medio por estudiante

7. Conclusiones

Hay una correlación significativa y negativa entre competencia matemática (medida con el estándar PISA) y calibración de estudiantes para maestro. En el campo de la competencia matemática se confirman resultados encontrados en otros campos de conocimiento y entornos experimentales del paradigma de la calibración (diagnóstico clínico, profesionales de la meteorología, jugadores de ajedrez, juegos tipo Trivial Pursuit, etc.): quienes tienen mejor resultado en la prueba matemática calibran mejor su conocimiento que quienes obtienen peor resultado; además, su tendencia al sesgo es de infraconfianza frente a la sobreconfianza en estudiantes de bajo rendimiento. Esto parece justificar el tópico de que, tras un examen, los alumnos con mejor rendimiento piensan que van a suspender y los de menor rendimiento crean poder aprobarlo. Por defecto o exceso, ambos extremos de saber se alejan de la calibración perfecta.

La competencia produce sólo una disminución de la magnitud de la distorsión sobreestimada, pero no su eliminación. Esto puede deberse a que la calibración C también depende de la calidad de la estimación subjetiva de éxito E , y ésta no se tiene por qué adquirir directa y simultáneamente con el desarrollo de competencia matemática. Una consecuencia posible de esto es la necesidad de entrenamiento específico en la estimación subjetiva, lo cual coincide con estudios sobre la disolución de los sesgos de la calibración por efecto del entrenamiento en la estimación subjetiva E , independientemente del desarrollo de los procesos cognitivos responsables del éxito objetivo O (Aguilar Villagrán et al., 2002; Macbeth et al., 2008).

El establecimiento del objetivo y del contenido de este entrenamiento en estimación subjetiva requiere nuevos estudios que se pueden desarrollar a partir de la sugerencia de Fernandez-Duque y Black (2007) de que la calibración, entendida como un producto mental complejo, involucra tanto a procesos cognitivos como a procesos metacognitivos relacionados con el control recursivo de las propias cogniciones.

El entrenamiento de esta estimación subjetiva tiene una derivada importante en la educación estadística. Tradicionalmente, la enseñanza de la probabilidad se centra en el enfoque de la probabilidad clásica (con resultados elementales equiprobables y aplicabilidad de la Regla de Laplace) y en el enfoque de la probabilidad frecuencial (con la aplicación de la ley de los grandes números). Lo que no se trabaja directamente es la probabilidad subjetiva; se estudia la Fórmula de Bayes como algoritmo pero no aflora la controversia de asignar probabilidades cuando no estamos ante fenómenos o experimentos repetibles. Así, una práctica relevante de aula es la estimación de una probabilidad como grado de creencia o confianza sobre la ocurrencia de un suceso, creencia derivada de la experiencia, conocimiento o intuición del alumno.

Además de analizar la relación entre competencia matemática y calibración atendiendo a la variable de sujeto, también analizamos dicha relación atendiendo a la variable de tarea “dificultad del ítem”. En este caso, de nuevo, encontramos resultados en línea con otros campos de conocimiento o experimentación: los ítems difíciles tienden a suscitar sobreconfianza frente a los fáciles que tienden a la infraconfianza, aunque, en este último caso, nosotros no podemos rechazar la calibración significativamente próxima a 0, es decir la calibración perfecta.

En segundo lugar, no hay correlación significativa entre rendimiento en la prueba matemática y autoconcepto matemático declarado. Aunque en la investigación sobre cognición y afecto hay resultados diversos, parece haber una tendencia a admitir que los estudiantes con mayor rendimiento en matemáticas tienen un autoconcepto sobre su quehacer matemático mejor que el de los estudiantes de peor rendimiento; ahora bien, no se habla de relación causal entre rendimiento y autoconcepto, en ninguno de los dos sentidos de la relación. En el caso de los estudiantes de magisterio, nuestros resultados coinciden con de la Torre et al. (2013) donde tampoco detectan ninguna influencia de componentes afectivas (incluyendo el autoconcepto) en las competencias matemático-profesionales de los estudiantes para maestro. Esta cuestión necesita mayor y más precisa investigación. Debemos preguntarnos: ¿Qué influencia tiene una determinada y sistemática práctica de aula y unos determinados criterios de evaluación en la conformación de la percepción de un estudiante sobre su capacidad matemática? Las tareas PISA no responden al perfil de actividades matemáticas más comunes en las aulas tradicionales centradas en el dominio de algoritmos y realización de ejercicios de aplicación directa de fórmulas y procedimientos. La cuestión es si los procesos de aprendizaje matemático y sus influencias afectivas se desarrollan de la misma forma cuando el alumno trabaja en un entorno tradicional y en un entorno con enfoque PISA. Un alumno que obtiene buenos resultados en un entorno tradicional y desarrolla un autoconcepto matemático positivo puede no obtener un buen rendimiento antes tareas tipo PISA. De acuerdo con Presmeg y Balderas-Cañas (2001), convendría aportar más resultados sobre procesos de pensamiento matemático e influencias afectivas.

En tercer lugar, encontramos una correlación significativa y positiva entre la calibración y el autoconcepto matemático, en línea con estudios previos sobre la relación entre la autoestima y la calibración en otros campos de conocimiento (Koehler et al., 2002). Ahora bien, si el autoconcepto no correlaciona con el rendimiento (éxito objetivo) pero sí con la calibración quiere decir que correlaciona de manera directa y significativa con el éxito subjetivo. Este hallazgo recomienda diferenciar críticamente el éxito subjetivo del éxito objetivo como componentes de la calibración: existe correlación significativa de autoconcepto (variable afectiva) con éxito subjetivo (variable afectiva) pero no con éxito objetivo (variable cognitiva).

A la luz de los tres hallazgos, la principal aportación de este trabajo es la presentación del paradigma de calibración como una perspectiva teórica que permite profundizar en la interacción entre cognición y afecto en educación matemática. Ante la necesidad de seguir avanzando en la comprensión de los mecanismos emocionales y su efecto en los procesos de enseñanza aprendizaje, tenemos un desarrollo lento en el estudio de lo afectivo, posiblemente porque no se le ha concedido el mismo estatus que a lo cognitivo (Donaldson, 1996) o por la dificultad real para explorar este objeto de estudio utilizando metodologías de investigación convencionales. En este contexto de la investigación de disponer de instrumentos de medición y otras herramientas metodológicas, es donde se sitúa nuestro trabajo. Aportamos la medida de confianza como instrumento metacognitivo que relaciona localmente competencia y afecto en

una tarea concreta de competencia matemática. Lo tradicional es estudiar por separado factores afectivos (con escalas afectivas: lo que el sujeto dice) y conocimiento matemático (con exámenes o pruebas estandarizadas: lo que el sujeto hace). Nosotros introducimos la medida de la confianza en la respuesta a cada ítem de competencia matemática, de modo que en la resolución de cada tarea el sujeto tiene que movilizar, a la vez, conocimiento y estimación de su conocimiento (confianza). El estudio de esta medida contribuirá a aumentar la base de datos empíricos sobre la interacción de factores cognitivos y no cognitivos en la resolución de tareas matemáticas.

Nuestro sujeto ha sido el estudiante para maestro. ¿Sabe un profesor cuánto sabe sobre las matemáticas que tiene que enseñar? Pensamos que el estudio de la tríada cognición-afecto-calibración es de interés para el desarrollo práctico de la formación del profesorado porque, entre otros motivos, proporciona elementos de juicio y decisión a la hora de diseñar los currículos matemáticos de los Grados de Magisterio.

Referencias

- Abraira, C., & González, M. (1995). Reflexiones sobre la formación matemática de los futuros maestros. *Revista Universitaria de Formación del Profesorado*, septiembre/diciembre, 143-160.
- Aguilar, M., Navarro, J. I., López, J. M., & Alcalde, C. (2002). Pensamiento formal y resolución de problemas matemáticos. *Psicothema*, 14, 382-386.
- Armor, D. A., & Taylor, S. E. (2002). When predictions fail: the dilemma of unrealistic optimism. En T. Gilovich, D. Griffin & D. Kahneman (Eds.), *Heuristics and biases. The psychology of intuitive judgment* (pp. 334-347). Cambridge, EEUU: CUP.
- Barrantes, M., & Blanco, L. J. (2006). A study of prospective primary teachers' conceptions of teaching and learning school geometry. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 411-436.
- Caballero, A., & Blanco, L. J. (2007). Las actitudes y emociones ante las matemáticas de los estudiantes para maestro de la Facultad de Educación de la Universidad de Extremadura. *Comunicación presentada en el Grupo de Trabajo "Conocimiento y desarrollo profesional del profesor" de SEIEM*. Universidad de La Laguna, septiembre de 2007.
- Donalson, M. (1996). Humanly possible: education and the scope of mind. En D. R. Olson & N. Torrance (Eds.), *Handbook of education and human development: new models of learning, teaching and schooling* (pp. 322-344). Cambridge, EEUU: Blackwell.
- Escolano, R., Gairín, J. M., Jiménez, C., Murillo, J., & Roncal, M. L. (2011). Competencias matemáticas del futuro maestro y perfil emocional. *Actas VI Congreso Internacional de Psicología y Educación* (pp. 3661-3677). Madrid: ANPE
- Fernandez-Duque, D. y Black, S. (2007). Metacognitive judgment and denial of deficit: evidence from frontotemporal dementia. *Judgment and Decision Making*, 2, 359-370.
- Gómez-Chacón, I. M. (2006). Matemáticas: el Informe PISA en la práctica. Una acción formativa del profesorado. *UNO-Revista de Didáctica de la Matemática*, 41, 40-51.
- Grows, D. A. (Ed.) (1992). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. Nueva York: Macmillan.
- Hernández, J., Palarea, M. M., & Socas, M. M. (2001). Análisis de las concepciones, creencias y actitudes hacia las matemáticas de los alumnos que comienzan la Diplomatura de Maestro. El papel de los materiales didácticos. En M. Socas, M. Camacho & A. Morales (Eds.), *Formación del profesorado e investigación en educación matemática II* (pp. 115-124). La Laguna: Universidad de la Laguna.

- Hidalgo, S., Maroto, A., & Palacios, A. (2011). Actitudes y competencias en el aprendizaje de las matemáticas. *Actas VI Congreso Internacional de Psicología y Educación* (pp. 3644-3660). Madrid: ANPE.
- Hodgen, J., & Askew, M. (2007). Emotion, identity and teacher learning: becoming a primary mathematics teacher. *Oxford Review of Education*, 33, 469-487.
- Juslin, P., Winman, A., & Olsson, H. (2000). Naive empiricism and dogmatism in confidence research: a critical examination of the hard-easy effect. *Psychological Review*, 107, 384-396.
- Kahneman, D., Slovic, P., & Tversky, A. (Eds.) (1982). *Judgment under uncertainty: heuristics and biases*. Cambridge, EEUU: CUP.
- Klayman, J., Soll, J. B., Gonzalez-Vallejo, C., & Barlas, S. (1999). Overconfidence: it depends on how, what and whom you ask. *Organizational Behavior and Human Decision Process*, 79, 216-247.
- Koehler, D. J., Brenner, L., & Griffin, D. (2002). The calibration of expert judgment: heuristics and biases beyond the laboratory. En T. Gilovich, D. Griffin & D. Kahneman (Eds.), *Heuristics and biases. The psychology of intuitive judgment* (pp. 686-715). Cambridge, EEUU: CUP.
- Lichtenstein, S., & Fischhoff, B. (1980). Training for calibration. *Organizational Behavior and Human Performance*, 26, 149-171.
- Macbeth, G. (2009). Distorsiones del éxito subjetivo en la resolución de problemas matemáticos. *Boletín de Psicología* 25, 59-72.
- Macbeth, G., Razumiejczyk, E., López Alonso, A., & Cortada de Kohan, N. (2010). Correlación entre autoestima y calibración en tareas de razonamiento abstracto. *Revista CES Psicología*, 3(2), 48-61.
- Macbeth, G., Razumiejczyk, E., Ledesma, R., López Alonso, A., & Cortada de Kohan, N. (2008). La medición de los sesgos de la confianza mediante modelos discretos y continuos. *Investigaciones en Psicología*, 3(1), 117-134.
- Macbeth, G., Cortada de Kohan, N., Razumiejczyk, E., & López Alonso, A. (2006). Los sesgos de sobreconfianza y subconfianza en tareas de conocimientos generales. *Acta Psiquiátrica y Psicológica de América Latina*, 52(4), 221-226.
- Marbán, J. M., Ortega, T., & Torre, E. de la (2011). Identificación de competencias profesionales matemáticas en los futuros maestros. *Perspectiva psicológica. Actas del VI Congreso Internacional de Psicología y Educación* (pp. 3679-3700). Madrid: ANPE.
- OCDE (2005). *Informe PISA 2003. Aprender para el mundo de mañana*. Madrid: Santillana.
- Oskamp, S. (1965). Overconfidence in case-study judgments. *The Journal of Consulting Psychology*, 29, 261-265.
- Poulou, M. (2007). Personal teaching efficacy and its sources: student teachers' perceptions. *Educational Psychology*, 27(2), 191-218.
- Presmeg, N., & Balderas-Cañas, P. E. (2001) Visualization and affect in non-routine problem solving. *Mathematical Thinking and Learning*, 3, 289-313.
- Rico, L. (2005). Competencias matemáticas e instrumentos de evaluación en el estudio PISA 2003. *PISA 2003, Pruebas de Matemáticas y de solución de problemas* (pp. 11-25). Madrid: INECSE.
- de la Torre, E., Martín, M. C., & Ortega, T. (2013). Relaciones entre la afectividad hacia las matemáticas y las competencias profesionales. En J. J. Vázquez, M. C. Pérez & M. M. Molero (Eds.), *La convivencia escolar: un acercamiento multidisciplinar* (pp. 345-356). Almería: ASUNIVEP

Referencias de los autores

César Sáenz, Universidad Autónoma de Madrid (España). cesar.saenz@uam.es

Gustavo Bruno, Universidad Autónoma de Madrid (España). gustavo.bruno@uam.es

Calibration, self-concept and mathematical competence

César Sáenz, Universidad Autónoma de Madrid

Gustavo Bruno, Universidad Autónoma de Madrid

We study the relationships between cognitive (mathematical competence), metacognitive (calibration) and affective factors (self-concept in mathematics) in the mathematical practice of student teachers. For this purpose, we attempt to relate, theoretically and empirically, two lines of research that has been dealt in isolation in the literature: the calibration paradigm and the cognitive-affective studies. We found a significant correlation between mathematical competence and calibration variables of student teachers, and also between calibration and mathematical self-concept. We did not find, however, a significant correlation between mathematical competence and mathematical self-concept. These results come from a test to a group of student teachers with free items of the PISA evaluation frame. Regarding the relation between mathematical competence (measured according to the objective results of PISA items) and calibration, we found a significant negative correlation between mathematical competence and calibration: a less objective score in the test correlates with a greater, in absolute terms, score in calibration. We consider that a calibrated person in the test is a person with a score of 0 in the calibration variable, where the score can be negative. When we distinguished between high-score and low-score subjects, we found a significant overconfidence bias in those low-score and a significant (not in absolute terms) low-confidence bias in those high-score. When we distinguished between high and low difficulty, we found a significant overconfidence bias in the high-difficulty test items. Regarding the relation between mathematical competence and self-concept in mathematics, we found no significant correlation between both variables. Finally, regarding the relation between calibration and self-concept in mathematics, we found a significant and positive correlation between the variables. In light of these results, we conclude that the paradigm of calibration is a contribution to research on the relation between cognitive and affective factors in mathematics education. The subjective measure of confidence in the success of the test is a metacognitive measure that can relate or connect the objective competence in mathematics with affective factors, which often have been studied separately. Also, research of the triad cognition-affection-calibration is interesting for future teacher education since it can provide criteria for curricular development.